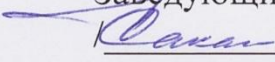


Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Инженерно-строительный институт
Кафедра «инженерных систем зданий и сооружений»

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 / Г.В. Сакаш
подпись инициалы, фамилия

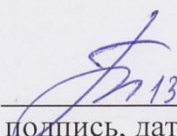
« 14 » 06 2017 г.
дата

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

08.03.01.06 Оптимизация процесса обезвреживания сточных вод
гальванического производства


Пояснительная записка

Руководитель

 13.06.17 доцент, к.т.н.
подпись, дата должность, ученая степень

Т.А. Курилина
инициалы, фамилия

Выпускник

 13.06.17
подпись, дата

Ф.Е. Ермилов
инициалы, фамилия

Красноярск 2017

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «Оптимизация процесса обезвреживания сточных вод гальванического производства» содержит 118 страниц текстового документа, 1 приложение, 60 использованных источников, 6 листов графического материала.

СТОЧНЫЕ ВОДЫ, СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ТЯЖЕЛЫЕ МЕТАЛЛЫ, РЕАГЕНТ AMERSEP MP7, МОДЕЛИРОВАНИЕ, УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ, ОЦЕНОЧНЫЕ КРИТЕРИИ, ОПТИМИЗАЦИЯ.

Объект исследования – реагент AMERSEP MP7.

Соединения тяжелых металлов, выносимые сточными водами современного производства, относятся к группе высокотоксичных компонентов, обезвреживание данных стоков является актуальной проблемой.

Анализ данных современного состояния и перспектив развития технологий обработки сточных вод, содержащих ионы тяжелых металлов, различных гальванических производств позволил сделать вывод о том, что реагентный метод является наиболее распространенным методом очистки данных стоков и имеет ряд преимуществ перед другими методами.

Цели работы: определение оптимальных доз предлагаемого реагента для обезвреживания сточных вод, содержащих ионы Cu^{2+} , Zn^{2+} и Ni^{2+} для обеспечения высокого эффекта очистки стоков в экономически выгодных условиях. Разработка эмпирической модели с применением экспериментально-статистического метода.

В результате обработки полученных данных, были получены зависимости остаточной концентрации ионов тяжелых металлов от температуры стоков, величины pH, дозы реагента Amersep MP7, реализован алгоритм построения статистической модели объекта и регулировочные диаграммы процесса реагентной обработки.

Разработана современная схема по обезвреживанию сточных вод, содержащих ионы Cu^{2+} , Zn^{2+} и Ni^{2+} с применением нового реагента, что позволит очищенные стоки использовать в оборотном водоснабжении и значительно снизить расходы по очистке сточных вод.

СОДЕРЖАНИЕ

Ведение	4
1.Существующее положение по вопросам очистки сточных вод гальвани- ческого производства	4
2.Исследование процесса реагентной обработки стоков, содержащих ио- ны тяжелых металлов	14
3.Реализация алгоритма построения статистической модели объекта по методу Бокса-Хантера	21
4.Технологическая схема очистки сточных вод с использованием реагента AMERSEP MP7	96
5 Техничко-экономическое обоснование для выбора рационального метода очистки медьсодержащих сточных вод	97
5.1 Расчет капитальных вложений	97
5.2 Расчет капитальных вложений	98
5.3 Расчет годовых эксплуатационных затрат	102
5.4 Себестоимость очистки 1м ³ воды	102
5.5 Эффективность инвестиций	102
Заключение	104
Список используемых источников	106
Приложение А Паспорт безопасности (91/155/еес - 001/58/ес)	111

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы существенно обострились проблемы, связанные с загрязнением воды. Сброс неочищенных или плохо очищенных сточных вод в различные водоемы только из-за нехватки кислорода может привести к исчезновению всякой жизни в воде. Кардинальное решение проблемы охраны окружающей среды состоит в разработке и внедрении экологически безопасных, безотходных технологических процессов и производств. Рациональное использование природных ресурсов и охрана окружающей среды в настоящее время решаются в двух направлениях. Одно из них – разработка и внедрение малоотходных и безотходных технологий и процессов, другое – модернизация действующих предприятий, замена устаревших процессов новыми, повышение качества очистки газообразных выбросов, сточных вод, внедрение замкнутых систем.

Развитие современной науки и техники связано, в свою очередь, с созданием новых и постоянным совершенствованием существующих научных и технологических процессов. Основой их разработки и оптимизации является эксперимент. Заметное повышение эффективности экспериментальных исследований и инженерных разработок достигается использованием математических методов планирования экспериментов. В процессе экспериментирования и при обработке полученных данных существенно сокращает сроки решения, снижает затраты на исследования и повышает качество полученных результатов.

Цель планирования эксперимента – нахождение таких условий и правил проведения опытов при которых удастся получить надежную и достоверную информацию об объекте с наименьшей затратой труда, а также представить эту информацию в компактной и удобной форме с количественной оценкой точности.

3.Реализация алгоритма построения статистической модели объекта по методу Бокса-Хантера

При моделировании химико-технологических процессов необходимо знание физико-химических закономерностей, их протекание и экспериментальные данные для проверки адекватности моделей [58]. Однако не всегда имеется возможность детального изучения механизма и физико-химической сущности химико-технологических процессов, в то же время, задачу оптимизации и управления такими процессами решать необходимо.

В этих случаях разрабатывают эмпирические модели с применением экспериментально-статистических методов: при неизвестном механизме протекающих в объекте процессов изучают зависимость отклика системы на изменение входных параметров. В отличие от физико-химических моделей в них не учитываются закономерности протекания реальных процессов и их построение базируется на формализованном описании экспериментальных данных. Основной и необходимый источник информации для построения статистической мо-

дели – эксперимент, а обработка экспериментальных данных осуществляется методами теории вероятности и математической статистики. Математической моделью объекта будет функция отклика

$$y = \varphi(x_1, x_2 \dots x_n, b_1, \dots b_n) \quad (9)$$

где y – выходной параметр процесса;

x_1, \dots, x_n – независимые переменные, которые варьируются при постановке эксперимента;

b_1, \dots, b_n – коэффициенты эмпирической модели.

Применение математического метода прогнозирования остаточной концентрации ионов тяжелых металлов в сточной модельной воде и объема получаемого осадка имеет очевидные преимущества перед существующем эмпирическим методом:

– более эффективно расходуется химический реагент и как следствие, его экономия;

– сокращение продолжительности времени принятия решения в случае необходимости изменения дозы реагента (или величины рН) для получения оптимальных остаточных концентрации в растворах.

Суть моделирования состоит в выборе модельной структуры, которая отражает ключевые особенности процесса [31]. Целью является получение надежных результатов, которые могли бы применяться на практике. При обработке экспериментальных данных были получены уравнения регрессии, адекватность которых проверялась по критерию Фишера

$$a_1 + a_2 \cdot x_1 + a_3 \cdot x_2 + a_4 \cdot x_3 + a_5 \cdot x_1 \cdot x_2 + a_6 \cdot x_1 \cdot x_3 + a_7 \cdot x_2 \cdot x_3 + a_8 \cdot x_1^2 + a_9 \cdot x_2^2 + a_{10} \cdot x_3^2 = y_{\text{моу}} \quad (10)$$

Задачей регрессионного анализа являлся подбор математических формул, наилучшим образом описывающих экспериментальные данные, а полученные уравнения регрессии позволяют определить не только влияние отдельных факторов, установить степень их взаимодействия, но и оптимальные значения режимов обработки.

Для составления экспериментального плана были выявлены основные факторы, влияющие на исследуемый процесс и характеризующие его выходные параметры.

В качестве факторов, от которых зависит процесс очистки от ионов металлов в стоках, были приняты следующие:

X_1 – доза реагента;

X_2 – величина рН;

X_3 – температура поступающих стоков.

В качестве выходных оценочных критериев приняты:

Y_1 – остаточная концентрация меди, мг/дм³;

Y_2 – остаточная концентрация никеля, мг/дм³;

Y_3 — остаточная концентрация цинка, мг/дм³;

Y_4 —объем образующегося осадка.

Матрица планирования эксперимента обработки стоков реагентным методом с применением AMERSEP MP7 приведена в таблице 4.

Число опытов в матрице планирования при $K=3$ равно 20.

Факторы и уровни их варьирования были выбраны на основе предварительных исследований и представлены в. таблице 3.

Основной уровень, интервалы варьирования и границы области исследований были выбраны на основании данных предварительного эксперимента и представлены в таблице 4.

Таблица 3 – Факторы и уровни их варьирования

Фактор	Интервал	+1,68	+1	0	-1	-1,68
X_1	0,05	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
X_2	1,5	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
X_3	5,0	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6

Матрица планирования эксперимента обработки медьсодержащих стоков реагентным методом приведена в таблице 4.

Число опытов в матрице планирования при $K = 3$ равно 20.

Таблица 4 – Матрица планирования эксперимента обработки медь, никель, цинк содержащих стоков реагентным методом

№ опыта	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁ X ₂	X ₁ X ₃	X ₂ X ₃	X ₁ ²	X ₂ ²	X ₃ ²	Z ₁ Доза реагента, мг/дм ³	Z ₂ Величина рН	Z ₃ Температура стоков, °С	Y ₁ C _{ост.} ^{Cu²⁺} , мг/дм ³	Y ₂ C _{ост.} ^{Ni²⁺} , мг/дм ³	Y ₃ C _{ост.} ^{Zn²⁺} , мг/дм ³	Y ₄ Объем осадка, %
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0,35	11,5	42	0,0184	0,049	0,0191	2,6
2	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	0,15	11,5	42	0,0481	0,1769	0,0201	2,6
3	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	0,35	8,5	42	0,0978	0,1242	0,1392	1,3
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	0,35	11,5	32	0,1027	0,289	0,02	2,4
5	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0,15	8,5	32	1,8	2,4889	1,3811	1,8
6	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	0,15	8,5	42	0,0779	0,0113	0,6128	2,4
7	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	0,15	11,5	32	0,9653	0,8513	0,0101	2,3
8	+1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	0,35	8,5	32	0,2389	0,5261	0,185	2
9	-1,68	0	0	0	0	0	2,82	0	0	0,082	10	37	2,364	6,578	3,026	2,3
10	+1,68	0	0	0	0	0	2,82	0	0	0,418	10	37	2,481	3,105	3,99	2,2
11	0	-1,68	0	0	0	0	0	2,82	0	0,25	7,88	37	2,093	3,992	2,688	1,7
12	0	+1,68	0	0	0	0	0	2,82	0	0,25	12,5	37	0,1591	0,0166	0,0181	3,2
13	0	0	-1,68	0	0	0	0	0	2,82	0,25	10	28,6	0,1721	0,0379	0,0268	1,9
14	0	0	+1,68	0	0	0	0	0	2,82	0,25	10	45,4	0,0517	0,0197	0,0021	2,2
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,0428	0,0205	0,3301	2,4
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,0371	0,028	0,0373	2
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,0568	0,0601	0,0181	2
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,04	0,0308	0,0243	2,1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,04	0,0318	0,06014	1,9
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,0286	0,0523	0,001	1,9

1. Находим коэффициенты для выходного параметра Y_1 -остаточная концентрация ионов Cu^{2+}

$$\begin{aligned}\Sigma X_1 Y_1 &= -2,2369, & \Sigma X_1 X_2 Y_1 &= 0,6489, & \Sigma X_1^2 Y_1 &= 16,5342, \\ \Sigma X_2 Y_1 &= -4,3291, & \Sigma X_1 X_3 Y_1 &= 0,8617, & \Sigma X_2^2 Y_1 &= 9,7, \\ \Sigma X_3 Y_1 &= -3,0669, & \Sigma X_2 X_3 Y_1 &= 2,4139, & \Sigma X_3^2 Y_1 &= 3,9802, \\ \Sigma Y_1 &= 10,9153.\end{aligned}$$

Находим коэффициенты уравнения регрессии по формуле:

$$b_0 = a_1 \sum_{i=1}^N Y_i - a_2 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i, \quad (10)$$

где a_n – постоянные величины, значения которых определяются согласно справочнику [59,60].

$$b_0 = 0,1663 \cdot (10,9153) - 0,0568 \cdot (16,5342 + 9,7002 + 3,9802) = 0,099$$

$$b_j = a_3 \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i, \quad (11)$$

где a_n – то же, что в формуле (10).

$$b_1 = 0,0732 \cdot (-2,2369) = -0,1637,$$

$$b_2 = 0,0732 \cdot (-4,3291) = -0,3169,$$

$$b_3 = 0,0732 \cdot (-3,0669) = -0,2254.$$

$$b_{uj} = a_4 \sum_{i=1}^N X_{ui} X_{ji} Y_i; u \neq j; j, u = 1, 2, 3, \quad (12)$$

где a_n – то же, что в формуле (10).

$$b_{12} = 0,125 \cdot 0,6489 = 0,0811,$$

$$b_{13} = 0,125 \cdot 0,8617 = 0,1077,$$

$$b_{23} = 0,125 \cdot 2,4139 = 0,3017.$$

$$b_{jj} = a_5 \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i + a_6 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i - a_7 \sum_{i=1}^N Y_i, \quad (13)$$

где a_n – то же, что в формуле (10).

$$b_{11}=0,0625 \cdot 16,5342 + 0,0069 \cdot (16,5342 + 9,7 + 3,9802) - 0,0568 \cdot 10,9153 = 0,622,$$

$$b_{22}=0,0625 \cdot 9,7 + 0,0069 \cdot (16,5342 + 9,7 + 3,9802) - 0,0568 \cdot 10,9153 = 0,1949,$$

$$b_{33}=0,0625 \cdot 3,9802 + 0,0069 \cdot (16,5342 + 9,7 + 3,9802) - 0,0568 \cdot (-0,07) = 0,1626.$$

Дисперсия воспроизводимости определяют по опытам в центре плана по формуле

$$S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{u=1}^{n_0} \left(Y_u^0 - \bar{Y}^0 \right)^2}{n_0 - 1}, \quad (14)$$

где n_0 – число нулевых опытов;

1 – число коэффициентов в уравнении регрессии.

$$\bar{Y}^0 = \frac{\sum_{u=1}^{n_0} Y_u^0}{n_0}, \quad (15)$$

где n_0 – то же, что в формуле (14);

1 – то же, что в формуле (14).

Находим значения Y_0 и $(Y_0 - \bar{Y})^2$ Результаты приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Определение значений Y_0 и $(Y_0 - \bar{Y})^2$

Y_0	$(Y_0 - \bar{Y})^2$
0,0428	0,00000081
0,0371	0,000031
0,0568	0,000048
0,04	0,0000058
0,04	0,0000044
0,0286	0,000079
$\sum 0,2453$	$\sum 0,00042$

$$\bar{Y}^0 = \frac{0,2453}{6} = 0,0409,$$

$$S_y^2 = \frac{\sum (Y_0 - \bar{Y})^2}{5}, \quad (16)$$

$$S_y^2 = \frac{0,00042}{5} = 0,000085; \quad S_y = 0,0092.$$

$$S_{b_0}^2 = a_1 S_y^2, \quad (17)$$

где S_y^2 – дисперсия воспроизводимости;
 a_1 – то же, что в формуле (10).

$$S_{b_0}^2 = 0,1663 \cdot 0,000085 = 0,00001509; \quad S_{b_0} = 0,0038.$$

$$S_{b_j}^2 = a_3 S_y^2, \quad (18)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (16);
 a_3 – то же, что в формуле (10).

$$S_{b_j}^2 = 0,0732 \cdot 0,000085 = 0,0000062; \quad S_{b_j} = 0,0025.$$

$$S_{b_{uj}}^2 = a_4 S_y^2, \quad (19)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (14);
 a_4 – то же, что в формуле (10).

$$S_{b_{uj}}^2 = 0,125 \cdot 0,000085 = 0,000011; \quad S_{b_{uj}} = 0,0033.$$

$$S_{b_{ji}}^2 = (a_5 + a_6) S_y^2, \quad (20)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (14);
 a_5 – то же, что в формуле (10).

$$S_{b_{ji}}^2 = (0,0625 + 0,0069) \cdot 0,000085 = 0,0000059; \quad S_{b_{ji}} = 0,0024.$$

Значимость коэффициентов определяем по критерию Стьюдента:

$$t_0 = -\frac{0,099}{0,0038} = 26,053,$$

$$t_1 = \frac{0,1637}{0,0025} = 65,48, \quad t_{11} = \frac{0,6219}{0,0024} = 259,12, \quad t_{12} = \frac{0,0811}{0,0032} = 25,34,$$

$$t_2 = -\frac{0,3169}{0,0025} = 126,76, \quad t_{22} = \frac{0,1947}{0,0024} = 81,14, \quad t_{13} = \frac{0,3017}{0,0032} = 94,29,$$

$$t_3 = -\frac{0,2245}{0,0025} = 89,8, \quad t_{33} = \frac{0,1628}{0,0024} = 67,8125, \quad t_{23} = \frac{0,1077}{0,0032} = 33,66$$

Табличное значение критерия Стьюдента для уровня значимости $\alpha = 0.05$ и числа степеней свободы $f = 5$ равно 2,57. Отсеиваем незначимые коэффициенты, для которых t -отношение меньше табличного и получаем уравнение регрессии в безразмерном масштабе, относительно остаточной концентрации меди:

$$Y_1 = 0,099 - 0,1637X_1 - 0,3169X_2 - 0,2245X_3 + 0,0811X_1X_2 + 0,3017X_1X_3 + 0,10773X_2X_3 + 0,6219X_1^2 + 0,1947X_2^2 + 0,1627X_3^2 \quad (21)$$

Определяем остаточную дисперсию по формуле

$$S_{ост}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - l}, \quad (22)$$

где l – число значимых факторов в уравнении;

N – число опытов в матрице планирования.

Значения \hat{y}_i , определяемые для каждого опыта подстановкой в уравнение значений переменных согласно матрице планирования, а также y_i и $(y_i - \hat{y}_i)^2$ приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Значения \hat{y}_i и $(y_i - \hat{y}_i)^2$

№	y_i	\hat{Y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	№	y_i	\hat{Y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	0,0184	0,5383	0,2702998	11	2,093	1,18054	0,83257993
2	0,0481	0,10009	0,0027031	12	0,1591	0,1158	0,00187464
3	0,0978	0,79443	0,4852889	13	0,1721	0,01722	0,02398767
4	0,1027	0,16841	0,0043175	14	0,0517	0,7371	0,62221717
5	1,8	1,94857	0,0220729	15	0,0428	0,099	0,00315844
6	0,0779	0,68066	0,3633255	16	0,0371	0,099	0,00383161
7	0,9653	0,93715	0,0007926	17	0,0568	0,099	0,00178084
8	0,2389	0,3884	0,3934734	18	0,04	0,099	0,003481
9	2,364	2,12779	0,0557969	19	0,04	0,099	0,003481
10	2,481	1,57761	0,8161202	20	0,0286	0,099	0,00495616
							$\Sigma 3,916$

Определим остаточную дисперсию

$$S_{ост}^2 = \frac{3,91}{20 - 10} = 0,3915; \quad S_{ост} = 0,3915.$$

Проверим адекватность полученного уравнения эксперименту по критерию Фишера

$$S_{\text{адек}}^2 = \frac{S_{\text{ост}}^2 \cdot f_{\text{ост}} - S_{\text{воспр}}^2 \cdot f_{\text{воспр}}}{f_{\text{адек}}^2} \quad (23)$$

$$S_{\text{адек}}^2 = \frac{3,9155 - 0,0004}{25} = 0,12$$

Число степеней свободы остаточной дисперсии $f_{\text{ост}}$ и дисперсии адекватности $f_{\text{ад}}$

$$f_{\text{ост}} = N - 1, \quad (24)$$

где 1 – то же, что в формуле (22);
 N – то же, что в формуле (22).

$$f_{\text{ост}} = 20 - 10 = 10.$$

$$f_{\text{ад}} = f_{\text{ост}} - f_{\text{воспр}}, \quad (25)$$

где $f_{\text{воспр}}$ – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости.

$$f_{\text{ад}} = 10 - 5 = 5.$$

Определяем адекватность по критерию Фишера. Находим отклонение F-критерия:

$$F_p = \frac{S_{\text{ад}} / f_{\text{ад}}}{S_o / f_o} = \frac{0,396 / 5}{0,626 / 10} = 1,27. \quad (26)$$

Табличное значение критерия Фишера при $f_{\text{ад}} = 5$, $f_o = 5$ и $j = 0.05$ равно $F_T = 4,5$ поскольку $F_p < F_T$, то уравнение регрессии адекватно описывает экспериментальные данные

$$Y_1 = 0,099 - 0,1637X_1 - 0,3169X_2 - 0,2245X_3 + 0,0811X_1X_2 + 0,3017X_1X_3 + 0,10773X_2X_3 + 0,6219X_1^2 + 0,1947X_2^2 + 0,1628X_3^2 \quad (27)$$

Уравнение регрессии приводим к натуральному виду, затем, изменяя сочетания и значения параметров, определяем графические зависимости.

$$X_i = \frac{Z_i - Z_{oi}}{\Delta Z_i}, \quad (28)$$

где Z_{oi} , $Z_{o(i+1)}$ – "нулевые" значения параметров X_1 , X_2 , X_3 (таблица 3);
 ΔZ_i , $\Delta Z_{(i+1)}$ – шаг изменения соответствующего параметра.

$$X_i X_{(i+1)} = \frac{(Z_i - Z_{oi}) \cdot (Z_{(i+1)} - Z_{o(i+1)})}{\Delta Z_i \cdot \Delta Z_{(i+1)}}, \quad (29)$$

где $Z_{oi}, Z_{o(i+1)}$ – то же, что и формуле (2.18);
 $\Delta Z_i, \Delta Z_{(i+1)}$ – то же, что и формуле (2.18).

$$X_i^2 = \frac{(Z_i - Z_{oi})^2}{\Delta Z_i^2}, \quad (30)$$

где $Z_{oi}, Z_{o(i+1)}$ – то же, что и формуле (2.18);
 $\Delta Z_i, \Delta Z_{(i+1)}$ – то же, что и формуле (2.18).

Из таблицы 3 находим:

$$\begin{array}{ll} \Delta Z_1=0,05; & Z_{01}=0,25; \\ \Delta Z_2=1,5; & Z_{02}=10,0; \\ \Delta Z_3=5,0; & Z_{03}=37,0. \end{array}$$

В результате подстановки получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} Y_1 = & 0,099 - 0,1637 \frac{(Z_1 - Z_{01})}{\Delta Z_1} - 0,3169 \frac{(Z_2 - Z_{02})}{\Delta Z_2} - 0,2245 \frac{(Z_3 - Z_{03})}{\Delta Z_3} - \\ & + 0,0811 \frac{(Z_1 Z_2 - Z_{01} Z_2 - Z_1 Z_{02} + Z_{01} Z_{02})}{\Delta Z_1 \cdot \Delta Z_2} + 0,3017 \frac{(Z_1 Z_3 - Z_{01} Z_3 - Z_1 Z_{03} + Z_{01} Z_{03})}{\Delta Z_1 \cdot \Delta Z_3} + \\ & + 0,1077 \frac{(Z_2 Z_3 - Z_{02} Z_3 - Z_2 Z_{03} + Z_{02} Z_{03})}{\Delta Z_2 \cdot \Delta Z_3} + \\ & + 0,6219 \frac{(Z_1^2 - 2Z_1 Z_{01} + Z_{01}^2)}{\Delta Z_1^2} - 0,1947 \frac{(Z_2^2 - 2Z_2 Z_{02} + Z_{02}^2)}{\Delta Z_2^2} - 0,1628 \frac{(Z_3^2 - 2Z_3 Z_{03} + Z_{03}^2)}{\Delta Z_3^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_1 = & 0,099 + 0,1637 \frac{Z_1}{\Delta Z_1} + 0,1637 \frac{Z_{01}}{\Delta Z_1} - 0,3169 \frac{Z_2}{\Delta Z_2} + 0,3169 \frac{Z_{02}}{\Delta Z_2} - 0,2245 \frac{Z_3}{\Delta Z_3} + 0,2245 \frac{Z_{03}}{\Delta Z_3} - \\ & - 0,811 \frac{Z_1 Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} - 0,811 \frac{Z_{01} \cdot Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} + 0,811 \frac{Z_1 \cdot Z_{02}}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} - 0,811 \frac{Z_{01} \cdot Z_{02}}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} + 0,3017 \frac{Z_1 Z_3}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} \\ & - 0,3017 \frac{Z_{01} \cdot Z_3}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} - 0,3017 \frac{Z_1 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} + 0,3017 \frac{Z_{01} \cdot Z_{03}}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} + 0,1077 \frac{Z_2 Z_3}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} - 0,1077 \frac{Z_{02} \cdot Z_3}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} \\ & - 0,1077 \frac{Z_2 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} + 0,1077 \frac{Z_{02} \cdot Z_{03}}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} + 0,6219 \frac{Z_1^2}{\Delta Z_1^2} - 0,6219 \frac{2 \cdot Z_1 \cdot Z_{01}}{\Delta Z_1^2} + 0,6219 \frac{Z_{01}^2}{\Delta Z_1^2} + \\ & + 0,1947 \frac{Z_2^2}{\Delta Z_2^2} - 0,1947 \frac{2 \cdot Z_2 \cdot Z_{02}}{\Delta Z_2^2} + 0,1947 \frac{Z_{02}^2}{\Delta Z_2^2} - 0,1628 \frac{Z_3^2}{\Delta Z_3^2} + 0,1628 \frac{2 \cdot Z_3 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_3^2} - 0,1628 \frac{Z_{03}^2}{\Delta Z_3^2}; \end{aligned}$$

$$Y_1 = 39,1646 + 248,75 \cdot Z_1^2 + 0,0866 \cdot Z_2^2 - 0,0065 \cdot Z_3^2 - 138,465 \cdot Z_1 - 2,7442 \cdot Z_2 - 1,0085 \cdot Z_3 + 1,0814 \cdot Z_1 \cdot Z_2 + 1,2069 \cdot Z_1 \cdot Z_3 + 0,0144 \cdot Z_2 \cdot Z_3$$

I. $Z_1=0,25$

1). $Z_2=8,5$

$$Y = -0,0045 \cdot Z_3^2 - 0,4155 \cdot Z_3 - 5,8423;$$

Z_3	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	3,7665	3,6707	3,3707	2,8457	2,3602

2). $Z_2=10,0$

$$Y = -0,0045 \cdot Z_3^2 - 0,4371 \cdot Z_3 - 7,1593;$$

Z_3	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	3,4098	3,2609	2,8529	2,2199	1,661

3). $Z_2=11,5$

$$Y = -0,0045 \cdot Z_3^2 - 0,4584 \cdot Z_3 - 8,0722;$$

Z_3	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	3,464	3,2426	2,7781	1,9886	1,3572

II. $Z_1=0,25$

1). $Z_3=32,0$

$$Y = 0,0865 \cdot Z_2^2 - 2,018 \cdot Z_2 + 13,6121;$$

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	3,3858	1,8435	2,0811	2,7079	3,0807

2) $Z_3=37,0$

$$Y = 0,0865 \cdot Z_2^2 - 1,9405 \cdot Z_2 + 13,5124;$$

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	2,8714	2,7359	2,8571	3,3674	3,6921

3) $Z_3=42,0$

$$Y = 0,0865 \cdot Z_2^2 - 1,8685 \cdot Z_2 + 13,3031;$$

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	3,4624	3,2549	3,2681	3,6704	3,9505

II. $Z_2=10,0$

1). $Z_3=32,0$

$$Y = 248,76 \cdot Z_1^2 - 100,1956 \cdot Z_1 + 12,2948;$$

Z_1	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	13,877	7,6999	2,7934	2,8626	5,7515

2). $Z_3=37$

$$Y = 248,76 \cdot Z_1^2 - 94,1617 \cdot Z_1 + 10,8553;$$

Z_1	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	14,96	8,3718	1,3377	1,4232	4,8067

3). $Z_3=42,0$

$$Y = 248,76 \cdot Z_1^2 - 88,1276 \cdot Z_1 + 9,7528;$$

Z_1	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	16,3798	4,199	3,2684	2,1308	4,199

По уравнениям регрессии построены графические зависимости остаточной концентрации ионов меди от исследуемых параметров, представленные на рисунке 8.

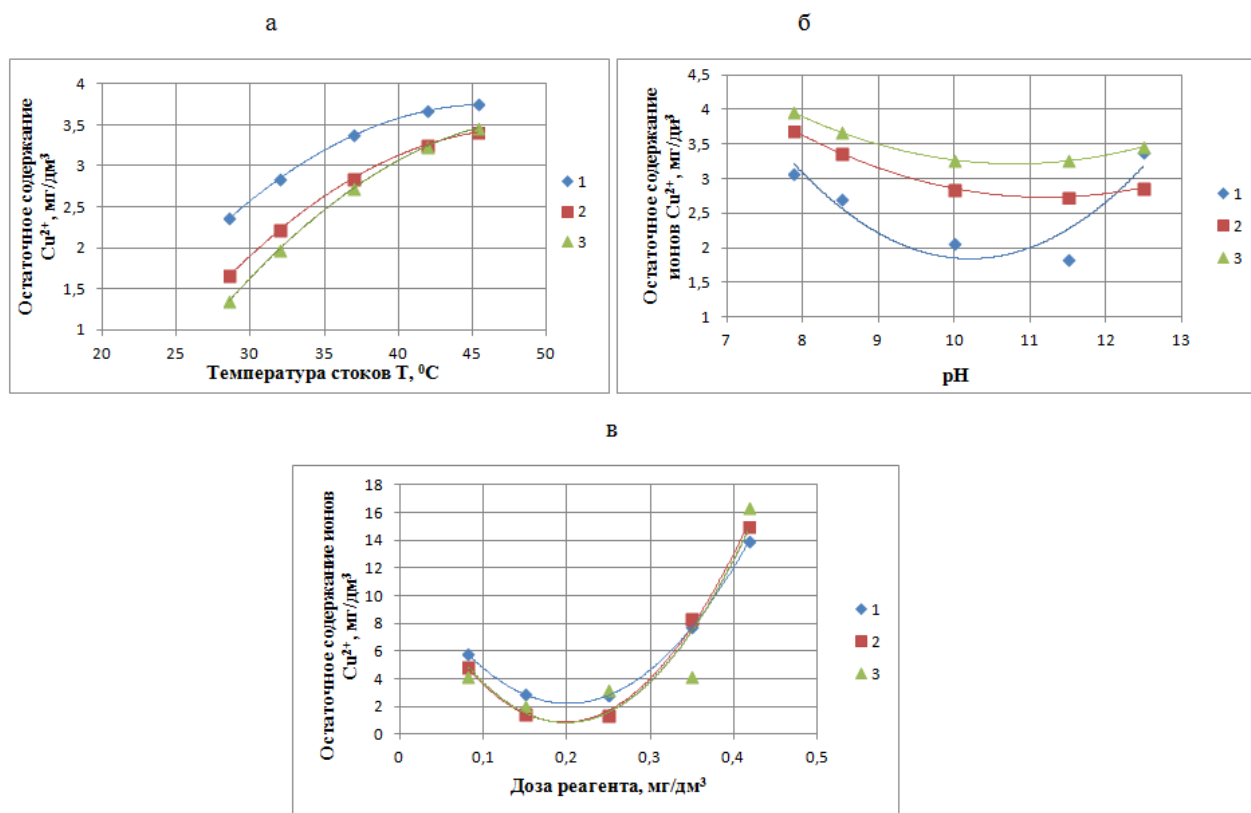


Рисунок 8 – Зависимость остаточной концентрации ионов меди от: а) температуры стоков, T °C; б) величины pH; в) дозы реагента Amersep MP7, mg/dm^3

а) доза реагента $=0,25 \text{ mg/dm}^3$; 1.– pH=8,5 mg/dm^3 ; 2 – pH = 10,0 mg/dm^3 ; 3 – pH =11,5 mg/dm^3

$$1 - y_1 = -0,0045x_3^2 + 0,4153x_3 - 5,839$$

$$2 - y_1 = -0,0045x_3^2 + 0,4377x_3 - 7,1716$$

$$3 - y_1 = -0,0045x_3^2 + 0,4584x_3 - 8,0719$$

x_3 – температура стоков; y_1 – остаточная концентрация меди, mg/dm^3

б) доза реагента $=0,25 \text{ mg/dm}^3$; 1. – температура стоков $=32,0$, °C;

2 – температура стоков $=37,0$, °C; 3 – температура стоков $=42,0$, °C.

$$1 - y_1 = 0,0865x_2^2 - 1,8685x_2 + 13,303$$

$$2 - y_1 = 0,0865x_2^2 - 1,9404x_2 + 13,612$$

$$3 - y_1 = 0,2547x_2^2 - 5,2005x_2 + 28,385$$

x_2 – pH; y_1 – остаточная концентрация меди, mg/dm^3

в) pH=10,0; 1– температура стоков $=32,0$, °C; 2 – температура стоков $=37,0$, °C; 3 – температура стоков $=42,0$, °C

$$1 - y_1 = 292,67x_1^2 - 116,86x_1 + 12,484$$

$$2 - y_1 = 292,76x_1^2 - 115,48x_1 + 12,198$$

$$3 - y_1 = 248,75x_1^2 - 100,19x_1 + 12,294$$

x_1 – доза реагента мг/дм³; y_1 – остаточная концентрация меди, мг/дм³.

2. Находим коэффициенты для выходного параметра Y_2 -остаточная концентрация ионов Ni^{2+}

$$\Sigma X_1 Y_2 = -8,375,$$

$$\Sigma X_1 X_2 Y_2 = 1,1597,$$

$$\Sigma X_1^2 Y_2 = 30,7706,$$

$$\Sigma X_2 Y_2 = -8,463,$$

$$\Sigma X_1 X_3 Y_2 = 2,5001,$$

$$\Sigma X_2^2 Y_2 = 15,821,$$

$$\Sigma X_3 Y_2 = -3,82,$$

$$\Sigma X_2 X_3 Y_2 = 1,9651,$$

$$\Sigma X_3^2 Y_2 = 4,6791,$$

$$\Sigma Y_2 = 18,4894.$$

Находим коэффициенты уравнения регрессии по формуле:

$$b_0 = a_1 \sum_{i=1}^N Y_i - a_2 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i, \quad (31)$$

где a_n – постоянные величины, значения которых определяются согласно справочнику [59,60].

$$b_0 = 0,1663 \cdot (18,4894) - 0,0568 \cdot (30,7706 + 15,821 + 4,6791) = 0,1626$$

$$b_j = a_3 \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i, \quad (32)$$

где a_n – то же, что в формуле (31).

$$b_1 = 0,0732 \cdot (-8,375) = -0,6126$$

$$b_2 = 0,0732 \cdot (-8,463) = -0,6195,$$

$$b_3 = 0,0732 \cdot (-3,82) = -0,28.$$

$$b_{uj} = a_4 \sum_{i=1}^N X_{ui} X_{ji} Y_i; u \neq j; j, u = 1, 2, 3, \quad (33)$$

где a_n – то же, что в формуле (31).

$$b_{12} = 0,125 \cdot 1,1597 = 0,145,$$

$$b_{13} = 0,125 \cdot 2,5101 = 0,3138,$$

$$b_{23} = 0,125 \cdot 1,9651 = 0,2456.$$

$$b_{jj} = a_5 \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i + a_6 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i - a_7 \sum_{i=1}^N Y_i, \quad (34)$$

где a_n – то же, что в формуле (10).

$$b_{11} = 0,0625 \cdot 30,7706 + 0,0069 \cdot (30,7706 + 15,821 + 4,6791) - 0,0568 \cdot 18,4894 = 1,2267,$$

$$b_{22} = 0,0625 \cdot 15,821 + 0,0069 \cdot (30,7706 + 15,821 + 4,6791) - 0,0568 \cdot 18,4894 = 0,2924,$$

$$b_{33} = 0,0625 \cdot 4,6791 + 0,0069 \cdot (30,7706 + 15,821 + 4,6791) - 0,0568 \cdot 18,4894 = -0,404.$$

Дисперсия воспроизводимости определяют по опытам в центре плана по формуле

$$S_{воспр}^2 = \frac{\sum_{u=1}^{n_0} (Y_u^0 - \bar{Y}^0)^2}{n_0 - l}, \quad (35)$$

где n_0 – число нулевых опытов;

l – число коэффициентов в уравнении регрессии.

$$\bar{Y}^0 = \frac{\sum_{u=1}^{n_0} Y_u^0}{n_0}, \quad (36)$$

где n_0 – то же, что в формуле (35);

l – то же, что в формуле (35).

Находим значения Y_0 и $(Y_0 - \bar{Y})^2$. Результаты приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Определение значений Y_0 и $(Y_0 - \bar{Y})^2$

Y_0	$(Y_0 - \bar{Y})^2$
0,0205	0,0002806
0,028	0,0000856
0,0601	0,0005221
0,0308	0,0000416
0,0318	0,0000297

Продолжение таблицы 7

0,0523	0,0002265
$\sum 0,2235$	$\sum 0,0011861$

$$\bar{Y}^0 = \frac{0,2235}{6} = 0,0373,$$

$$S_y^2 = \frac{\sum (Y_0 - \bar{Y})^2}{5}, \quad (37)$$

$$S_y^2 = \frac{0,0012}{5} = 0,0002372; \quad S_y = 0,0154.$$

$$S_{b_0}^2 = a_1 S_y^2, \quad (38)$$

где S_y^2 – дисперсия воспроизводимости;
 a_n – то же, что в формуле (31).

$$S_{b_0}^2 = 0,1663 \cdot 0,0002372 = 0,0000394; \quad S_{b_0} = 0,0063.$$

$$S_{b_j}^2 = a_3 S_y^2, \quad (39)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (37);
 a_n – то же, что в формуле (31).

$$S_{b_j}^2 = 0,0732 \cdot 0,0002372 = 0,0000174; \quad S_{b_j} = 0,0042.$$

$$S_{b_{uj}}^2 = a_4 S_y^2, \quad (40)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (37);
 a_n – то же, что в формуле (31).

$$S_{b_{uj}}^2 = 0,125 \cdot 0,0002372 = 0,00003; \quad S_{b_{uj}} = 0,0054.$$

$$S_{b_{ji}}^2 = (a_5 + a_6) S_y^2, \quad (41)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (37);
 a_n – то же, что в формуле (31).

$$S_{b_{jj}}^2 = (0,0625 + 0,0069) \cdot 0,0002372 = 0,0000165; \quad S_{b_{jj}} = 0,0041.$$

Значимость коэффициентов определяем по критерию Стьюдента:

$$t_0 = \frac{0,1626}{0,0063} = 25,891,$$

$$t_1 = \frac{0,613}{0,0063} = 147,116,$$

$$t_2 = \frac{0,6195}{0,0063} = 148,666,$$

$$t_3 = \frac{0,28}{0,0063} = 44,45,$$

$$t_{11} = \frac{1,2267}{0,0041} = 302,344,$$

$$t_{22} = \frac{0,2924}{0,0041} = 72,061,$$

$$t_{33} = \frac{0,404}{0,0041} = 99,568,$$

$$t_{12} = \frac{0,1449}{0,0054} = 26,622,$$

$$t_{13} = \frac{0,3138}{0,0054} = 57,621,$$

$$t_{23} = \frac{0,2456}{0,0054} = 99,568$$

Табличное значение критерия Стьюдента для уровня значимости $\alpha = 0.05$ и числа степеней свободы $f = 5$ равно 2,57. Отсеиваем незначимые коэффициенты, для которых t -отношение меньше табличного и получаем уравнение регрессии в безразмерном масштабе, относительно остаточной концентрации меди:

$$Y_2 = 0,1626 - 0,613X_1 - 0,6195X_2 - 28X_3 + 1449X_1X_2 + 0,3138X_1X_3 + 0,2456X_2X_3 + 1,227X_1^2 + 0,2923X_2^2 - 0,404X_3^2 \quad (42)$$

Определяем остаточную дисперсию по формуле

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - 1}, \quad (43)$$

где l – число значимых факторов в уравнении;

N – число опытов в матрице планирования.

Значения \hat{y}_i , определяемые для каждого опыта подстановкой в уравнение значений переменных согласно матрице планирования, а также y_i и $(y_i - \hat{y}_i)^2$ приведены в таблице 7.

Таблица 8 – Значения \hat{y}_i и $(y_i - \hat{y}_i)^2$

№	y_i	\hat{Y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	№	y_i	\hat{Y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	0,049	0,46963	0,17693	11	3,992	2,02787	3,85782
2	0,1769	0,77824	0,36161	12	0,0166	-0,0536	0,00493
3	0,1242	0,92741	0,64514	13	0,0379	-0,5063	0,29616
4	0,289	-0,0893	0,14309	14	0,0197	-1,4469	2,15104

Продолжение таблицы 8

5	2,4889	3,49457	1,01138	15	0,0205	0,16261	0,0202
6	0,0113	1,81587	3,25647	16	0,028	0,16261	0,01812
7	0,8513	1,47439	0,38825	17	0,0601	0,16261	0,01051
8	0,2389	-1,1024	2,65201	18	0,0308	0,16261	0,01738
9	2,364	4,65188	3,70992	19	0,0318	0,16261	0,01711
10	2,481	2,5921	0,26307	20	0,0523	0,16261	0,01217
							19,01329

Определим остаточную дисперсию

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{19,0133}{20 - 10} = 1,9013; S_{\text{ост}} = 1,3787.$$

Проверим адекватность полученного уравнения эксперименту по критерию Фишера

$$S_{\text{адек}}^2 = \frac{S_{\text{ост}}^2 \cdot f_{\text{ост}} - S_{\text{воспр}}^2 \cdot f_{\text{воспр}}}{f_{\text{адек}}^2} \quad (44)$$

$$S_{\text{адек}}^2 = \frac{19,013 - 0,0012}{25} = 0,7605$$

Число степеней свободы остаточной дисперсии $f_{\text{ост}}$ и дисперсии адекватности $f_{\text{ад}}$

$$f_{\text{ост}} = N - 1, \quad (45)$$

где 1 – то же, что в формуле (43);

N – то же, что в формуле (43).

$$f_{\text{ост}} = 20 - 10 = 10.$$

$$f_{\text{ад}} = f_{\text{ост}} - f_{\text{воспр}}, \quad (46)$$

где $f_{\text{воспр}}$ – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости.

$$f_{\text{ад}} = 10 - 5 = 5.$$

Определяем адекватность по критерию Фишера. Находим отклонение F-критерия:

$$F_p = \frac{S_{ao} / f_{ao}}{S_o / f_o} = \frac{0,8721 / 5}{1,3787 / 10} = 1,26 \quad (47)$$

Табличное значение критерия Фишера при $f_{ад} = 5$, $f_o = 5$ и $j = 0.05$ равно $F_T = 4,5$ поскольку $F_p < F_T$, то уравнение регрессии адекватно описывает экспериментальные данные

$$Y_2 = 0,1626 - 0,613X_1 - 0,6195X_2 - 28X_3 + 1449X_1X_2 + 0,3138X_1X_3 + 0,2456X_2X_3 + 1,227X_1^2 + 0,2923X_2^2 - 0,404X_3^2 \quad (48)$$

Уравнение регрессии приводим к натуральному виду, затем, изменяя сочетания и значения параметров, определяем графические зависимости.

$$X_i = \frac{Z_i - Z_{oi}}{\Delta Z_i}, \quad (49)$$

где Z_{oi} , $Z_{o(i+1)}$ - "нулевые" значения параметров X_1 , X_2 , X_3 (таблица 3); ΔZ_i , $\Delta Z_{(i+1)}$ - шаг изменения соответствующего параметра.

$$X_i X_{(i+1)} = \frac{(Z_i - Z_{oi}) \cdot (Z_{(i+1)} - Z_{o(i+1)})}{\Delta Z_i \cdot \Delta Z_{(i+1)}}, \quad (50)$$

где Z_{oi} , $Z_{o(i+1)}$ - то же, что и формуле (47); ΔZ_i , $\Delta Z_{(i+1)}$ - то же, что и формуле (47).

$$X_i^2 = \frac{(Z_i - Z_{oi})^2}{\Delta Z_i^2}, \quad (51)$$

где Z_{oi} , $Z_{o(i+1)}$ - то же, что и формуле (49); ΔZ_i , $\Delta Z_{(i+1)}$ - то же, что и формуле (49).

Из таблицы 3 находим:

$$\begin{array}{ll} \Delta Z_1 = 0,05; & Z_{01} = 0,25; \\ \Delta Z_2 = 1,5; & Z_{02} = 10,0; \\ \Delta Z_3 = 5,0; & Z_{03} = 37,0. \end{array}$$

В результате подстановки получаем следующее уравнение:

$$Y_2 = 0,1626 - 0,613 \frac{(Z_1 - Z_{01})}{\Delta Z_1} - 0,6195 \frac{(Z_2 - Z_{02})}{\Delta Z_2} - 0,28 \frac{(Z_3 - Z_{03})}{\Delta Z_3} + 0,1449 \frac{(Z_1 Z_2 - Z_{01} Z_2 - Z_1 Z_{02} + Z_{01} Z_{02})}{\Delta Z_1 \cdot \Delta Z_2} + 0,3138 \frac{(Z_1 Z_3 - Z_{01} Z_3 - Z_1 Z_{03} + Z_{01} Z_{03})}{\Delta Z_1 \cdot \Delta Z_3} +$$

$$+ 0,2456 \frac{(Z_2 Z_3 - Z_{02} Z_3 - Z_2 Z_{03} + Z_{02} Z_{03})}{\Delta Z_2 \cdot \Delta Z_3} +$$

$$+ 1,227 \frac{(Z_1^2 - 2Z_1 Z_{01} + Z_{01}^2)}{\Delta Z_1^2} + 0,2923 \frac{(Z_2^2 - 2Z_2 Z_{02} + Z_{02}^2)}{\Delta Z_2^2} - 0,404 \frac{(Z_3^2 - 2Z_3 Z_{03} + Z_{03}^2)}{\Delta Z_3^2};$$

$$Y_1 = 0,1626 - 0,613 \frac{Z_1}{\Delta Z_1} + 613 \frac{Z_{01}}{\Delta Z_1} - 0,6195 \frac{Z_2}{\Delta Z_2} + 0,6195 \frac{Z_{02}}{\Delta Z_2} - 0,28 \frac{Z_3}{\Delta Z_3} + 0,28 \frac{Z_{03}}{\Delta Z_3} +$$

$$+ 0,1449 \frac{Z_1 Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} - 0,1449 \frac{Z_{01} \cdot Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} - 0,1449 \frac{Z_1 \cdot Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} + 0,1449 \frac{Z_{01} \cdot Z_{02}}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} + 0,3138 \frac{Z_1 Z_3}{\Delta Z_1 \Delta Z_3}$$

$$- 0,3138 \frac{Z_{01} \cdot Z_3}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} - 0,3138 \frac{Z_1 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} + 0,3138 \frac{Z_{01} \cdot Z_{03}}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} + 0,2456 \frac{Z_2 Z_3}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} - 0,2456 \frac{Z_{02} \cdot Z_3}{\Delta Z_2 \Delta Z_3}$$

$$- 0,2456 \frac{Z_2 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} + 0,2456 \frac{Z_{02} \cdot Z_{03}}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} + 1,227 \frac{Z_1^2}{\Delta Z_1^2} - 1,227 \frac{2 \cdot Z_1 \cdot Z_{01}}{\Delta Z_1^2} + 1,227 \frac{Z_{01}^2}{\Delta Z_1^2} +$$

$$+ 0,2923 \frac{Z_2^2}{\Delta Z_2^2} - 0,2923 \frac{2 \cdot Z_2 \cdot Z_{02}}{\Delta Z_2^2} + 0,2923 \frac{Z_{02}^2}{\Delta Z_2^2} - 0,404 \frac{Z_3^2}{\Delta Z_3^2} + 0,404 \frac{2 \cdot Z_3 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_3^2} - 0,404 \frac{Z_{03}^2}{\Delta Z_3^2};$$

$$Y_2 = 59,4489 + 490,68 \cdot Z_1^2 + 0,1299 \cdot Z_2^2 - 0,0062 \cdot Z_3^2 - 323,3624 \cdot Z_1 - 4,7039 \cdot Z_2 -$$

$$- 0,3234 \cdot Z_3 + 1,932 \cdot Z_1 \cdot Z_2 + 1,2552 \cdot Z_1 \cdot Z_3 + 0,0327 \cdot Z_2 \cdot Z_3$$

I. Z₁=0,25

1). Z₂=8,5

$$Y = -0,0062 \cdot Z_3^2 + 0,9151 \cdot Z_3 - 17,225;$$

Z ₃	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	11,5765	10,2724	8,1459	5,7094	3,8755

2). Z₂=10,0

$$Y = -0,0062 \cdot Z_3^2 + 0,9642 \cdot Z_3 - 19,9792$$

Z ₃	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	11,0564	9,404	7,2084	4,5264	2,5255

3). Z₂=11,5

$$Y = -0,0062 \cdot Z_3^2 + 1,0133 \cdot Z_3 - 22,0853;$$

Z ₃	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	3,464	3,2426	2,7781	1,9886	1,3572

II. Z₁=0,25

1). Z₃=32,0

$$Y = 0,1299 \cdot Z_2^2 - 3,1745 \cdot Z_2 + 20,9686;$$

Z ₂	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	1,5842	1,6411	2,2136	3,3706	4,0241

2) Z₃=37,0

$$Y = 0,1299 \cdot Z_2^2 + 3,0459 \cdot Z_2 + 24,3644;$$

Z ₂	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	6,5875	6,5158	6,8954	7,8595	8,4288

3) Z₃=42,0

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	9,3683	9,1331	9,2674	9,9863	10,4542

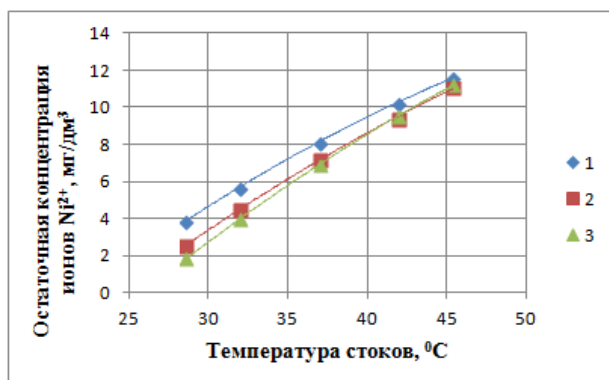
1). $Z_3=32,0$

Z ₁	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	15,2973	7,6156	4,5624	11,3228	21,5254

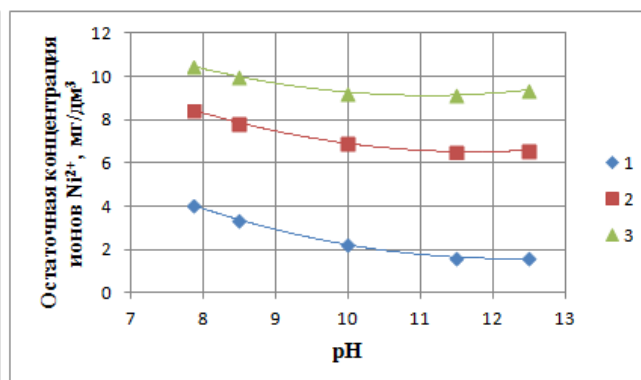
Z ₁	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	19,0337	10,9252	7,2444	13,3772	23,153

Z ₁	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	22,4601	13,9248	9,6164	15,1216	24,4707

a



6



B

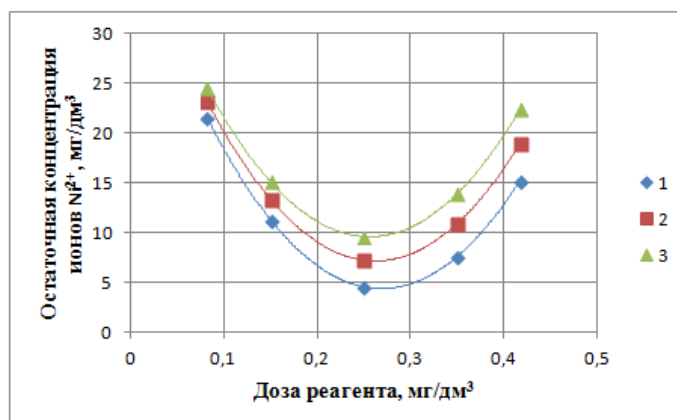


Рисунок 9 - Зависимости остаточной концентрации ионов никеля от: а) температуры стоков, °С; б) величины рН; в) дозы реагента Amersep МР7 мг/дм³, .

а) доза реагента=0,25 мг/дм³; 1. – рН=8,5; 2 – рН=10,0; 3 – рН=11,5.

$$1 - y_2 = -0,0059x_3^2 + 0,8951x_3 - 16,888$$

$$2 - y_2 = -0,0053x_3^2 + 0,8926x_3 - 16,664$$

$$3 - y_2 = -0,0058x_3^2 + 0,9577x_3 - 21,653$$

x_3 – температура стоков, °С; y_2 – остаточная концентрация никеля, мг/дм³

б) доза реагента =0,25 мг/дм³; 1.– температура стоков=32,0 °С;

2 –температура стоков = 37,0 °С; 3 – температура стоков =42,0 °С

$$1 - y_2 = 0,1299x_2^2 - 2,8825x_2 + 25,102$$

$$2 - y_2 = 0,1299x_2^2 - 3,0459x_2 + 24,365$$

$$3 - y_2 = 0,1299x_2^2 - 3,1844x_2 + 21,022$$

x_2 – рН; y_2 – остаточная концентрация никеля, мг/дм³

в) рН =10,0; 1– температура стоков=32,0 °С;

2 – температура стоков=37,0 °С; 3 – температура стоков=42,0 °С

$$1 - y_2 = 490,68x_1^2 - 251,32x_1 + 41,78$$

$$2 - y_2 = 490,68x_1^2 - 257,6x_1 + 40,977$$

$$3 - y_2 = 490,68x_1^2 - 263,88x_1 + 39,864$$

x_1 – Доза реагента, мг/дм³ ; y_2 – остаточная концентрация никеля, мг/дм³.

1. Находим коэффициенты для выходного параметра Y_3 -остаточная концентрация ионов Zn^{2+}

$$\Sigma X_1 Y_3 = -0.041,$$

$$\Sigma X_1 X_2 Y_3 = 1,6786,$$

$$\Sigma X_1^2 Y_3 = 21,8025,$$

$$\Sigma X_2 Y_3 = -6,764,$$

$$\Sigma X_1 X_3 Y_3 = 0,7116,$$

$$\Sigma X_2^2 Y_3 = 10,0186,$$

$$\Sigma X_3 Y_3 = -0,85,$$

$$\Sigma X_2 X_3 Y_3 = 0,8832,$$

$$\Sigma X_3^2 Y_3 = 2,4689,$$

$$\Sigma Y_3 = 12,6093.$$

Находим коэффициенты уравнения регрессии по формуле:

$$b_0 = a_1 \sum_{i=1}^N Y_i - a_2 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i, \quad (52)$$

где a_n – постоянные величины, значения которых определяются согласно справочнику [59,60].

$$b_0 = 0,1663 \cdot (12,6093) - 0,0568 \cdot (21,8025 + 10,0186 + 2,4689) = 1,1271$$

$$b_j = a_3 \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i, \quad (53)$$

где a_n – то же, что в формуле (52).

$$b_1 = 0,0732 \cdot (-0,041) = -0,003,$$

$$b_2 = 0,0732 \cdot (-6,764) = -0,4929,$$

$$b_3 = 0,0732 \cdot (-0,85) = -0,062.$$

$$b_{uj} = a_4 \sum_{i=1}^N X_{ui} X_{ji} Y_i; u \neq j; j, u = 1, 2, 3, \quad (54)$$

где a_n – то же, что в формуле (52).

$$b_{12} = 0,125 \cdot 1,6786 = 0,2098,$$

$$b_{13} = 0,125 \cdot 0,7116 = 0,089,$$

$$b_{23} = 0,125 \cdot 0,8832 = 0,1029.$$

$$b_{jj} = a_5 \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i + a_6 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i - a_7 \sum_{i=1}^N Y_i, \quad (55)$$

где a_n – то же, что в формуле (52).

$$b_{11} = 0,0625 \cdot 21,8025 + 0,0069 \cdot (21,8025 + 10,0186 + 2,4689) - 0,0568 \cdot 12,6093 = 0,8831,$$

$$b_{22} = 0,0625 \cdot 10,0186 + 0,0069 \cdot (21,8025 + 10,0186 + 2,4689) - 0,0568 \cdot 12,6093 = 0,1466,$$

$$b_{33} = 0,0625 \cdot 2,4689 + 0,0069 \cdot (21,8025 + 10,0186 + 2,4689) - 0,0568 \cdot 12,6093 = -0,3253.$$

Дисперсия воспроизводимости определяют по опытам в центре плана по формуле

$$S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{u=1}^{n_0} \left(Y_u^0 - \bar{Y}^0 \right)^2}{n_0 - 1}, \quad (56)$$

где n_0 – число нулевых опытов;

l – число коэффициентов в уравнении регрессии.

$$\bar{Y}^0 = \frac{\sum_{u=1}^{n_0} Y_u^0}{n_0}, \quad (57)$$

где n_0 – то же, что в формуле (56);

l – то же, что в формуле (56).

Находим значения Y_0 и $(Y_0 - \bar{Y})^2$. Результаты приведены в таблице 9.

Таблица 9 – Определение значений Y_0 и $(Y_0 - \bar{Y})^2$

Y_0	$(Y_0 - \bar{Y})^2$
0,3301	0,0633076
0,0373	0,0016966
0,0181	0,003467
0,0243	0,0029366
0,06014	0,0003367
0,001	0,0060047
$\sum 0,47094$	$\sum 0,0779291$

$$\bar{Y}^0 = \frac{0,2453}{6} = 0,07849,$$

$$S_y^2 = \frac{\sum (Y_0 - \bar{Y})^2}{5}, \quad (58)$$

$$S_y^2 = \frac{0,0779291}{5} = 0,0155858; \quad S_y = 0,1248.$$

$$S_{b_0}^2 = a_1 S_y^2, \quad (59)$$

где S_y^2 – дисперсия воспроизводимости;

a_n – то же, что в формуле (52).

$$S_{b_0}^2 = 0,1663 \cdot 0,0155858 = 0,0025919; \quad S_{b_0} = 0,00509109.$$

$$S_{b_j}^2 = a_3 S_y^2, \quad (60)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (58);
 a_n – то же, что в формуле (52).

$$S_{b_j}^2 = 0,0732 \cdot 0,0155858 = 0,0011409; \quad S_{b_j} = 0,0338$$

$$S_{b_{uj}}^2 = a_4 S_y^2, \quad (61)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (58);
 a_n – то же, что в формуле (52).

$$S_{b_{uj}}^2 = 0,125 \cdot 0,0155858 = 0,001948; \quad S_{b_{uj}} = 0,0441.$$

$$S_{b_{ji}}^2 = (a_5 + a_6) S_y^2, \quad (62)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (58);
 a_n – то же, что в формуле (52).

$$S_{b_{ji}}^2 = (0,0625 + 0,0069) \cdot 0,0155858 = 0,0010817; \quad S_{b_{ji}} = 0,0329.$$

Значимость коэффициентов определяем по критерию Стьюдента:

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{1,1271}{0,0509} = 22,139, \\ t_1 &= \frac{0,003}{0,0338} = 0,089, & t_{11} &= \frac{0,8831}{0,0024} = 26,85, & t_{12} &= \frac{0,2098}{0,0032} = 4,754, \\ t_2 &= \frac{0,4929}{0,0338} = 14,594, & t_{22} &= \frac{0,1466}{0,0024} = 4,456, & t_{13} &= \frac{0,0889}{0,0032} = 2,015, \\ t_3 &= \frac{0,062}{0,0338} = 1,8343, & t_{33} &= \frac{0,3253}{0,0024} = 9,891, & t_{23} &= \frac{0,1029}{0,0032} = 2,331 \end{aligned}$$

Табличное значение критерия Стьюдента для уровня значимости $\alpha = 0.05$ и числа степеней свободы $f = 5$ равно 2,57. Отсеиваем незначимые коэффициенты, для которых t -отношение меньше табличного и получаем уравнение регрессии в безразмерном масштабе, относительно остаточной концентрации меди:

$$\begin{aligned} Y_3 &= 1,1271 - 0,003X_1 - 0,4929X_2 - 0,062X_3 + 0,2098X_1X_2 + 0,0889X_1X_3 + 0,10293X_2X_3 + 0,8831X_1^2 + \\ &+ 0,1466X_2^2 - 0,325X_3^2 \end{aligned} \quad (63)$$

Определяем остаточную дисперсию по формуле

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N-1}, \quad (65)$$

где l – число значимых факторов в уравнении;
 N – число опытов в матрице планирования.

Значения \hat{y}_i , определяемые для каждого опыта подстановкой в уравнение значений переменных согласно матрице планирования, а также y_i и $(y_i - \hat{y}_i)^2$ приведены в таблице 10.

Таблица 10 – Значения \hat{y}_i и $(y_i - \hat{y}_i)^2$

№	y_i	\hat{Y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	№	y_i	\hat{Y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	0,0191	1,67516	2,74252	11	2,688	2,36854	0,10205
2	0,0201	1,08365	1,13114	12	0,0181	0,71225	0,48184
3	0,1392	2,0356	3,59632	13	0,0268	0,31386	0,0824
4	0,02	1,41538	1,94709	14	0,0021	0,10566	0,01072
5	1,3811	2,79102	1,98787	15	0,3301	1,12711	0,63523
6	0,6128	2,28339	2,79087	16	0,0373	1,12711	1,18769
7	0,0101	1,17968	1,36791	17	0,0181	1,12711	1,22991
8	0,185	0,42133	0,05585	18	0,0243	1,12711	1,2162
9	3,026	3,62239	0,35568	19	0,06014	1,12711	1,13843
10	3,99	3,61223	0,14271	20	0,001	1,12711	1,26813
							Σ 23,4706

Определим остаточную дисперсию

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{23,4706}{20-10} = 2,3471; \quad S_{\text{ост}} = 1,532.$$

Проверим адекватность полученного уравнения эксперименту по критерию Фишера

$$S_{\text{адек}}^2 = \frac{S_{\text{ост}}^2 \cdot f_{\text{ост}} - S_{\text{воспр}}^2 \cdot f_{\text{воспр}}}{f_{\text{адек}}^2} \quad (66)$$

$$S_{\text{адек}}^2 = \frac{23,4706 - 0,3975}{25} = 0,9229$$

Число степеней свободы остаточной дисперсии $f_{\text{ост}}$ и дисперсии адекватности $f_{\text{ад}}$

$$f_{\text{ост}} = N - 1, \quad (67)$$

где l – то же, что в формуле (65);
 N – то же, что в формуле (65).

$$f_{\text{ост}} = 20 - 10 = 10.$$

$$f_{\text{ад}} = f_{\text{ост}} - f_{\text{воспр}}, \quad (68)$$

где $f_{\text{воспр}}$ – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости.

$$f_{\text{ад}} = 10 - 5 = 5.$$

Определяем адекватность по критерию Фишера. Находим отклонение F-критерия:

$$F_p = \frac{s_{ad}/f_{ad}}{s_o/f_o} = \frac{0,09229/5}{1,532/10} = 1,21 \quad (69)$$

Табличное значение критерия Фишера при $f_{\text{ад}} = 5$, $f_o = 5$ и $j = 0.05$ равно $F_T = 4,5$ поскольку $F_p < F_T$, то уравнение регрессии адекватно описывает экспериментальные данные

$$Y_3 = 1,1271 - 0,003X_1 - 0,4929X_2 - 0,062X_3 + 0,2098X_1X_2 + 0,0889X_1X_3 + 0,10293X_2X_3 + 0,8831X_1^2 + 0,1466X_2^2 - 0,3253X_3^2 \quad (70)$$

Уравнение регрессии приводим к натуральному виду, затем, изменяя сочетания и значения параметров, определяем графические зависимости.

$$X_i = \frac{Z_i - Z_{oi}}{\Delta Z_i}, \quad (71)$$

где Z_{oi} , $Z_{o(i+1)}$ – "нулевые" значения параметров X_1 , X_2 , X_3 (таблица 3);
 ΔZ_i , $\Delta Z_{(i+1)}$ – шаг изменения соответствующего параметра.

$$X_i X_{(i+1)} = \frac{(Z_i - Z_{oi}) \cdot (Z_{(i+1)} - Z_{o(i+1)})}{\Delta Z_i \cdot \Delta Z_{(i+1)}}, \quad (72)$$

где Z_{oi} , $Z_{o(i+1)}$ – то же, что и формуле (71);
 ΔZ_i , $\Delta Z_{(i+1)}$ – то же, что и формуле (71).

$$X_i^2 = \frac{(Z_i - Z_{oi})^2}{\Delta Z_i^2}, \quad (73)$$

где Z_{oi} , $Z_{o(i+1)}$ – то же, что и формуле (71);
 ΔZ_i , $\Delta Z_{(i+1)}$ – то же, что и формуле (71).

Из таблицы 3 находим:

$$\begin{aligned}\Delta Z_1 &= 0,05; & Z_{01} &= 0,25; \\ \Delta Z_2 &= 1,5; & Z_{02} &= 10,0; \\ \Delta Z_3 &= 5,0; & Z_{03} &= 37,0.\end{aligned}$$

В результате подстановки получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned}Y_3 &= 1,1271 - 0,003 \frac{(Z_1 - Z_{01})}{\Delta Z_1} - 0,4929 \frac{(Z_2 - Z_{02})}{\Delta Z_2} - 0,062 \frac{(Z_3 - Z_{03})}{\Delta Z_3} + \\ &+ 0,2098 \frac{(Z_1 Z_2 - Z_{01} Z_2 - Z_1 Z_{02} + Z_{01} Z_{02})}{\Delta Z_1 \cdot \Delta Z_2} + 0,0889 \frac{(Z_1 Z_3 - Z_{01} Z_3 - Z_1 Z_{03} + Z_{01} Z_{03})}{\Delta Z_1 \cdot \Delta Z_3} + \\ &+ 0,1029 \frac{(Z_2 Z_3 - Z_{02} Z_3 - Z_2 Z_{03} + Z_{02} Z_{03})}{\Delta Z_2 \cdot \Delta Z_3} + \\ &+ 0,8831 \frac{(Z_1^2 - 2Z_1 Z_{01} + Z_{01}^2)}{\Delta Z_1^2} + 0,1466 \frac{(Z_2^2 - 2Z_2 Z_{02} + Z_{02}^2)}{\Delta Z_2^2} - 0,3253 \frac{(Z_3^2 - 2Z_3 Z_{03} + Z_{03}^2)}{\Delta Z_3^2};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Y_3 &= 1,1271 - 0,003 \frac{Z_1}{\Delta Z_1} + 0,003 \frac{Z_{01}}{\Delta Z_1} - 0,4929 \frac{Z_2}{\Delta Z_2} + 0,4929 \frac{Z_{02}}{\Delta Z_2} - 0,062 \frac{Z_3}{\Delta Z_3} + 0,062 \frac{Z_{03}}{\Delta Z_3} + \\ &+ 0,2098 \frac{Z_1 Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} - 0,2098 \frac{Z_{01} \cdot Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} - 0,2098 \frac{Z_1 \cdot Z_{02}}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} + 0,2098 \frac{Z_{01} \cdot Z_{02}}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} + 0,0889 \frac{Z_1 Z_3}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} - \\ &- 0,0889 \frac{Z_{01} \cdot Z_3}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} - 0,0889 \frac{Z_1 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} + 0,0889 \frac{Z_{01} \cdot Z_{03}}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} + 0,1029 \frac{Z_2 Z_3}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} - 0,1029 \frac{Z_{02} \cdot Z_3}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} \\ &- 0,1029 \frac{Z_2 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} + 0,1029 \frac{Z_{02} \cdot Z_{03}}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} + 0,8831 \frac{Z_1^2}{\Delta Z_1^2} - 0,8831 \frac{2 \cdot Z_1 \cdot Z_{01}}{\Delta Z_1^2} + 0,8831 \frac{Z_{01}^2}{\Delta Z_1^2} + \\ &+ 0,1466 \frac{Z_2^2}{\Delta Z_2^2} - 0,1466 \frac{2 \cdot Z_2 \cdot Z_{02}}{\Delta Z_2^2} + 0,1466 \frac{Z_{02}^2}{\Delta Z_2^2} - 0,3225 \frac{Z_3^2}{\Delta Z_3^2} + 0,3225 \frac{2 \cdot Z_3 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_3^2} - 0,3225 \frac{Z_{03}^2}{\Delta Z_3^2};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Y_3 &= 31,0152 + 353,24 \cdot Z_1^2 + 0,0652 \cdot Z_2^2 - 0,013 \cdot Z_3^2 - 217,8105 \cdot Z_1 - 2,8379 \cdot Z_2 + \\ &+ 0,7243 \cdot Z_3 + 2,7973 \cdot Z_1 \cdot Z_2 + 0,3556 \cdot Z_1 \cdot Z_3 + 0,0137 \cdot Z_2 \cdot Z_3\end{aligned}$$

I. $Z_1=0,25$

1). $Z_2=8,5$

$$Y = -0,013 \cdot Z_3^2 + 0,9297 \cdot Z_3 - 14,8272;$$

Z_3	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	0,5861	1,2882	1,7747	1,6112	1,4287

2). $Z_2=10,0$

$$Y = -0,013 \cdot Z_3^2 + 0,9502 \cdot Z_3 - 16,2256;$$

Z_3	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	0,1184	0,7508	1,348	0,8688	0,3166

$$3). Z_2=11,5$$

$$Y = -0,013 \cdot Z_3^2 + 0,9708 \cdot Z_3 - 17,3309;$$

Z_3	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	0,0667	0,5107	0,7917	0,4227	0,1995

II. $Z_1=0,25$

$$1). Z_3=32,0$$

$$Y = 0,0652 \cdot Z_2^2 - 1,6999 \cdot Z_2 + 11,3505;$$

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	0,2893	0,4244	0,8715	1,612	2,0039

$$2) Z_3=37,0$$

$$Y = 0,0652 \cdot Z_2^2 - 1,6317 \cdot Z_2 + 10,9315;$$

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	0,7228	0,7896	1,1345	1,7727	2,1223

$$3) Z_3=42,0$$

$$Y = 0,0652 \cdot Z_2^2 - 1,563 \cdot Z_2 + 9,8625;$$

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	0,51	0,5107	0,7525	1,2877	1,5947

II. $Z_2=10,0$

$$1). Z_3=32,0$$

$$Y = 353,24 \cdot Z_1^2 - 178,4581 \cdot Z_1 + 23,4426;$$

Z_1	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	10,5666	4,2542	0,9056	4,6218	11,1842

$$2). Z_3=37$$

$$Y = 353,24 \cdot Z_1^2 - 176,6803 \cdot Z_1 + 23,0682;$$

Z_1	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	10,9353	4,502	0,9756	4,514	10,6634

$$3). Z_3=42,0$$

$$Y = 353,24 \cdot Z_1^2 - 174,9023 \cdot Z_1 + 22,3988;$$

Z_1	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	11,0091	4,4549	0,7507	4,111	12,646

По уравнениям регрессии построены графические зависимости остаточной концентрации ионов цинка от исследуемых параметров, представленные на рисунке 10.

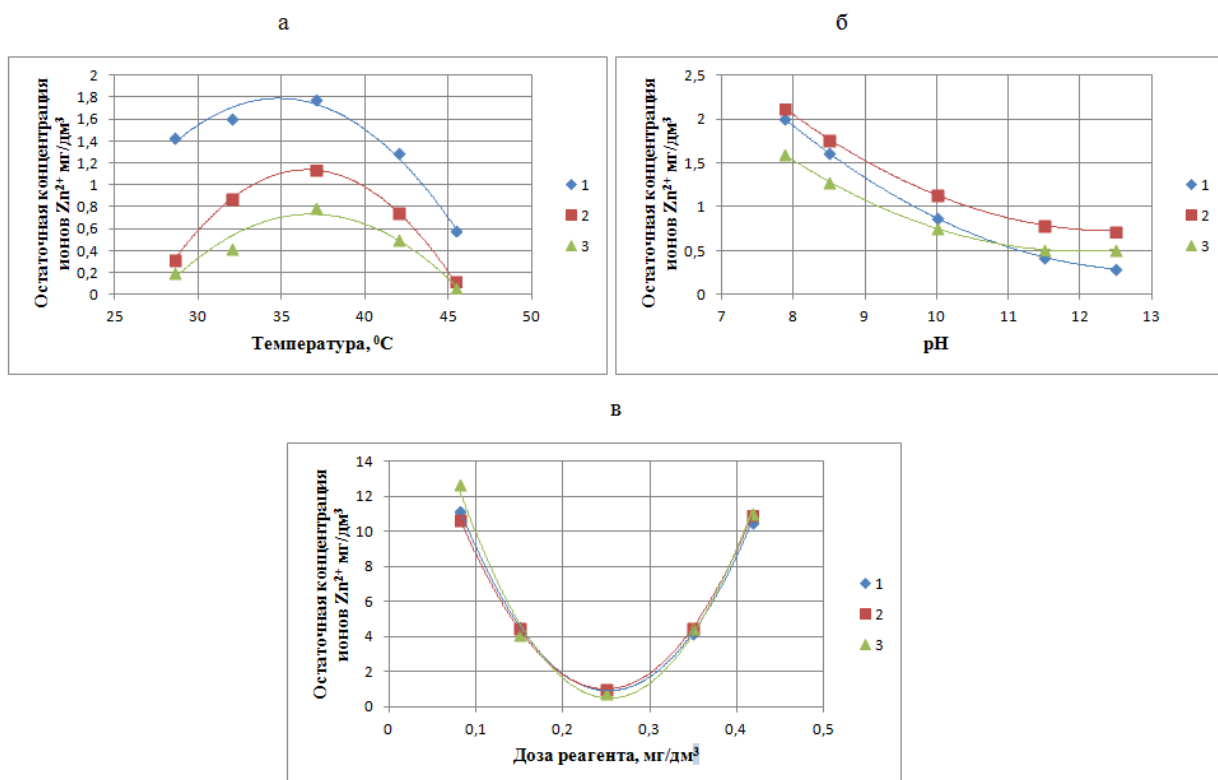


Рисунок 10 – Зависимости остаточной концентрации ионов цинка от: а) температура стоков, °С; б) величины pH; в) дозы реагента Amersep MP7 мг/дм³

а) доза реагента=0,25 мг/дм³; 1.– pH=8,5; 2 – pH=10,0;
3 – pH=11,5

$$1 - y_3 = -0,0105x_3^2 + 0,7325x_3 - 10,97$$

$$2 - y_3 = -0,013x_3^2 + 0,9502x_3 - 16,226$$

$$3 - y_3 = -0,0087x_3^2 + 0,6412x_3 - 11,066$$

x_3 – температура стоков, °С; y_3 – остаточная концентрация цинка, мг/дм³

б) доза реагента=0,25 мг/дм³; 1. – температура стоков =32,0, °С;

2 – температура стоков =37,0, °С; 3 – температура стоков =42,0, °С.

$$1 - y_3 = 0,0652x_2^2 - 1,7001x_2 + 11,351$$

$$2 - y_3 = 0,0652x_2^2 - 1,632x_2 + 10,933$$

$$3 - y_3 = 0,0649x_2^2 - 1,5578x_2 + 9,8386$$

x_2 – pH; y_3 – остаточная концентрация цинка, мг/дм³

в) pH=10,0; 1– температура стоков =32,0, °С;

2 – температура стоков =35,0, °С; 3 – температура стоков =37,0, °С.

$$1 - y_3 = 0,0001x_1^2 - 0,034x_1 + 0,842$$

$$2 - y_3 = 0,0001x_1^2 - 0,034x_1 + 0,832$$

$$3 - y_3 = 0,0001x_1^2 - 0,034x_1 + 0,840$$

x_1 – доза реагента, мг/дм³; y_3 – остаточная концентрация цинка, мг/дм³.

1. Находим коэффициенты для выходного параметра Y_4 -объем осадка, %.

$$\begin{array}{lll} \Sigma X_1 Y_4 = -0,968, & \Sigma X_1 X_2 Y_4 = 1, & \Sigma X_1^2 Y_4 = 26,09, \\ \Sigma X_2 Y_4 = 4,92, & \Sigma X_1 X_3 Y_4 = 0,6, & \Sigma X_2^2 Y_4 = 31,218, \\ \Sigma X_3 Y_4 = 0,904, & \Sigma X_2 X_3 Y_4 = -1,4, & \Sigma X_3^2 Y_4 = 28,962, \\ \Sigma Y_4 = 43,2. & & \end{array}$$

Находим коэффициенты уравнения регрессии по формуле:

$$b_0 = a_1 \sum_{i=1}^N Y_i - a_2 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i, \quad (74)$$

где a_n – постоянные величины, значения которых определяются согласно справочнику [59.60].

$$b_0 = 0,1663 \cdot (43,2) - 0,0568 \cdot (26,09 + 31,218 + 28,962) = 2,284$$

$$b_j = a_3 \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i, \quad (75)$$

где a_n – то же, что в формуле (74).

$$b_1 = 0,0732 \cdot (-0,968) = -0,0709,$$

$$b_2 = 0,0732 \cdot 4,92 = 0,3601,$$

$$b_3 = 0,0732 \cdot 0,904 = 0,0662.$$

$$b_{uj} = a_4 \sum_{i=1}^N X_{ui} X_{ji} Y_i; u \neq j; j, u = 1, 2, 3, \quad (76)$$

где a_n – то же, что в формуле (74).

$$b_{12} = 0,125 \cdot 1 = 0,125,$$

$$b_{13} = 0,125 \cdot 0,6 = 0,075,$$

$$b_{23} = 0,125 \cdot (-1,4) = -0,175.$$

$$b_{jj} = a_5 \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i + a_6 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^N X_{ji}^2 Y_i - a_7 \sum_{i=1}^N Y_i, \quad (77)$$

где a_n – то же, что в формуле (74).

$$b_{11}=0,0625 \cdot 26,09 + 0,0069 \cdot (26,09 + 31,218 + 28,962) - 0,0568 \cdot 43,2 = -0,2279,$$

$$b_{22}=0,0625 \cdot 31,218 + 0,0069 \cdot (26,09 + 31,218 + 28,962) - 0,0568 \cdot 43,2 = 0,0926,$$

$$b_{33}=0,0625 \cdot 28,962 + 0,0069 \cdot (26,09 + 31,218 + 28,962) - 0,0568 \cdot 43,2 = -0,0484.$$

Дисперсия воспроизводимости определяют по опытам в центре плана по формуле

$$S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{u=1}^{n_0} \left(Y_u^0 - \bar{Y}^0 \right)^2}{n_0 - 1}, \quad (78)$$

где n_0 – число нулевых опытов;

1 – число коэффициентов в уравнении регрессии.

$$\bar{Y}^0 = \frac{\sum_{u=1}^{n_0} Y_u^0}{n_0}, \quad (79)$$

где n_0 – то же, что в формуле (78);

1 – то же, что в формуле (78).

Находим значения Y_0 и $\left(Y_0 - \bar{Y} \right)^2$. Результаты приведены в таблице 11.

Таблица 11 – Определение значений Y_0 и $\left(Y_0 - \bar{Y} \right)^2$

Y_0	$\left(Y_0 - \bar{Y} \right)^2$
2,4	0,1225
2	0,0025
2	0,0025
2,1	0,0025
1,9	0,0225
1,9	0,0225
$\sum 12,3$	$\sum 0,175$

$$\bar{Y}^0 = \frac{12,3}{6} = 2,05,$$

$$S_y^2 = \frac{\sum (Y_0 - \bar{Y})^2}{5}, \quad (80)$$

$$S_y^2 = \frac{0,175}{5} = 0,035; \quad S_y = 0,1248.$$

$$S_{b_0}^2 = a_1 S_y^2, \quad (81)$$

где S_y^2 – дисперсия воспроизводимости;
 a_n – то же, что в формуле (74).

$$S_{b_0}^2 = 0,1663 \cdot 0,035 = 0,00058205; \quad S_{b_0} = 0,0763.$$

$$S_{b_j}^2 = a_3 S_y^2, \quad (82)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (80);
 a_n – то же, что в формуле (74).

$$S_{b_j}^2 = 0,0732 \cdot 0,035 = 0,0506162; \quad S_{b_j} = 0,0506$$

$$S_{b_{uj}}^2 = a_4 S_y^2, \quad (83)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (80);
 a_n – то же, что в формуле (74).

$$S_{b_{uj}}^2 = 0,125 \cdot 0,035 = 0,004375; \quad S_{b_{uj}} = 0,0661.$$

$$S_{b_{ji}}^2 = (a_5 + a_6) S_y^2, \quad (84)$$

где S_y^2 – то же, что в формуле (80);
 a_n – то же, что в формуле (74).

$$S_{b_{ji}}^2 = (0,0625 + 0,0069) \cdot 0,035 = 0,0024297; \quad S_{b_{ji}} = 0,0493.$$

Значимость коэффициентов определяем по критерию Стьюдента:

$$t_0 = \frac{2,824}{0,0763} = 29,938,$$

$$t_1 = \frac{0,0709}{0,0506} = 1,4,$$

$$t_{11} = \frac{0,2279}{0,4934} = 4,624,$$

$$t_{12} = \frac{0,125}{0,0506} = 1,89,$$

$$t_2 = \frac{0,3601}{0,0506} = 7,115, \quad t_{22} = \frac{0,0926}{0,4934} = 1,879, \quad t_{13} = \frac{0,075}{0,0506} = 1,134,$$

$$t_3 = \frac{0,0662}{0,0506} = 1,1308, \quad t_{33} = \frac{0,0484}{0,4934} = 0,981, \quad t_{23} = \frac{0,175}{0,0506} = 2,646$$

Табличное значение критерия Стьюдента для уровня значимости $\alpha = 0.05$ и числа степеней свободы $f = 5$. Отсеиваем незначимые коэффициенты, для которых t -отношение меньше табличного и получаем уравнение регрессии в безразмерном масштабе, относительно остаточной концентрации меди:

$$Y_4 = 2,284 - 0,0709X_1 + 0,3601X_2 + 0,0662X_3 + 0,125X_1X_2 + 0,075X_1X_3 - 0,175X_2X_3 - 0,2279X_1^2 + 0,0926X_2^2 - 0,0484X_3^2 \quad (85)$$

Определяем остаточную дисперсию по формуле

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - 1}, \quad (86)$$

где l – число значимых факторов в уравнении;

N – число опытов в матрице планирования.

Значения \hat{y}_i , определяемые для каждого опыта подстановкой в уравнение значений переменных согласно матрице планирования, а также y_i и $(y_i - \hat{y}_i)^2$ приведены в таблице 12.

Таблица 12 – Значения \hat{y}_i и $(y_i - \hat{y}_i)^2$

№	y_i	\hat{Y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	№	y_i	\hat{Y}_i	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	2,6	2,48087	0,01419	11	1,7	1,94019	0,05769
2	2,6	2,22258	0,14244	12	3,2	3,15028	0,00247
3	1,3	1,86058	0,31425	13	1,9	2,03644	0,01862
4	2,4	2,54852	0,02206	14	2,2	2,25879	0,00346
5	1,8	1,76995	0,0009	15	2,4	2,28402	0,01345
6	2,4	2,10229	0,08863	16	2	2,28402	0,08067
7	2,3	2,59024	0,08424	17	2	2,28402	0,08067
8	2	1,68398	0,09987	18	2,1	2,28402	0,03386
9	2,3	1,76047	0,2911	19	1,9	2,28402	0,14747
10	2,2	1,52238	0,45916	20	1,9	2,28402	0,14747
							$\Sigma 2,10269$

Определим остаточную дисперсию

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{2,10269}{20-10} = 0,210269; S_{\text{ост}} = 0,4586.$$

Проверим адекватность полученного уравнения эксперименту по критерию Фишера

$$S_{\text{адек}}^2 = \frac{S_{\text{ост}}^2 \cdot f_{\text{ост}} - S_{\text{воспр}}^2 \cdot f_{\text{воспр}}}{f_{\text{адек}}^2} \quad (87)$$

$$S_{\text{адек}}^2 = \frac{2,10269 - 0,175}{25} = 0,0771$$

Число степеней свободы остаточной дисперсии $f_{\text{ост}}$ и дисперсии адекватности $f_{\text{ад}}$

$$f_{\text{ост}} = N - 1, \quad (88)$$

где 1 – то же, что в формуле (86);

N – то же, что в формуле (86).

$$f_{\text{ост}} = 20 - 10 = 10.$$

$$f_{\text{ад}} = f_{\text{ост}} - f_{\text{воспр}}, \quad (89)$$

где $f_{\text{воспр}}$ – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости.

$$f_{\text{ад}} = 10 - 5 = 5.$$

Определяем адекватность по критерию Фишера. Находим отклонение F-критерия:

$$F_p = \frac{S_{\text{ад}} / f_{\text{ад}}}{S_o / f_o} = \frac{0,2777 / 5}{0,4568 / 10} = 1,22 \quad (90)$$

Табличное значение критерия Фишера при $f_{\text{ад}} = 5$, $f_o = 5$ и $j = 0.05$ равно $F_T = 4,5$ поскольку $F_p < F_T$, то уравнение регрессии адекватно описывает экспериментальные данные

$$Y_4 = 2,284 - 0,0709X_1 + 0,3601X_2 + 0,0662X_3 + 0,125X_1X_2 + 0,075X_1X_3 - 0,175X_2X_3 - 0,2279X_1^2 + 0,0926X_2^2 - 0,0484X_3^2 \quad (91)$$

Уравнение регрессии приводим к натуральному виду, затем, изменяя сочетания и значения параметров, определяем графические зависимости.

$$X_i = \frac{Z_i - Z_{oi}}{\Delta Z_i}, \quad (92)$$

где $Z_{oi}, Z_{o(i+1)}$ - "нулевые" значения параметров X_1, X_2, X_3 (таблица 3);
 $\Delta Z_i, \Delta Z_{(i+1)}$ – шаг изменения соответствующего параметра.

$$X_i X_{(i+1)} = \frac{(Z_i - Z_{oi}) \cdot (Z_{(i+1)} - Z_{o(i+1)})}{\Delta Z_i \cdot \Delta Z_{(i+1)}}, \quad (93)$$

где $Z_{oi}, Z_{o(i+1)}$ - то же, что и формуле (92);
 $\Delta Z_i, \Delta Z_{(i+1)}$ – то же, что и формуле (92).

$$X_i^2 = \frac{(Z_i - Z_{oi})^2}{\Delta Z_i^2}, \quad (93)$$

где $Z_{oi}, Z_{o(i+1)}$ – то же, что и формуле (92);
 $\Delta Z_i, \Delta Z_{(i+1)}$ – то же, что и формуле (92).

Из таблицы 3 находим:

$$\begin{array}{ll} \Delta Z_1=0,05; & Z_{01}=0,25; \\ \Delta Z_2=1,5; & Z_{02}=10,0; \\ \Delta Z_3=5,0; & Z_{03}=37,0. \end{array}$$

В результате подстановки получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} Y_4 = & 2,284 - 0,0709 \frac{(Z_1 - Z_{01})}{\Delta Z_1} + 0,3601 \frac{(Z_2 - Z_{02})}{\Delta Z_2} + 0,0662 \frac{(Z_3 - Z_{03})}{\Delta Z_3} + \\ & + 0,125 \frac{(Z_1 Z_2 - Z_{01} Z_2 - Z_1 Z_{02} + Z_{01} Z_{02})}{\Delta Z_1 \cdot \Delta Z_2} + 0,075 \frac{(Z_1 Z_3 - Z_{01} Z_3 - Z_1 Z_{03} + Z_{01} Z_{03})}{\Delta Z_1 \cdot \Delta Z_3} + \\ & + 0,175 \frac{(Z_2 Z_3 - Z_{02} Z_3 - Z_2 Z_{03} + Z_{02} Z_{03})}{\Delta Z_2 \cdot \Delta Z_3} + \\ & - 0,2279 \frac{(Z_1^2 - 2Z_1 Z_{01} + Z_{01}^2)}{\Delta Z_1^2} + 0,0926 \frac{(Z_2^2 - 2Z_2 Z_{02} + Z_{02}^2)}{\Delta Z_2^2} - 0,0484 \frac{(Z_3^2 - 2Z_3 Z_{03} + Z_{03}^2)}{\Delta Z_3^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_4 = & 2,284 - 0,003 \frac{Z_1}{\Delta Z_1} - 0,0709 \frac{Z_{01}}{\Delta Z_1} + 0,3601 \frac{Z_2}{\Delta Z_2} - 0,3601 \frac{Z_{02}}{\Delta Z_2} + 0,0662 \frac{Z_3}{\Delta Z_3} - 0,0662 \frac{Z_{03}}{\Delta Z_3} + \\
& + 0,125 \frac{Z_1 Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} - 0,125 \frac{Z_{01} \cdot Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} - 0,125 \frac{Z_1 \cdot Z_2}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} + 0,125 \frac{Z_{01} \cdot Z_{02}}{\Delta Z_1 \Delta Z_2} + 0,075 \frac{Z_1 Z_3}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} - \\
& - 0,075 \frac{Z_{01} \cdot Z_3}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} - 0,075 \frac{Z_1 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} + 0,075 \frac{Z_{01} \cdot Z_{03}}{\Delta Z_1 \Delta Z_3} - 0,175 \frac{Z_2 Z_3}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} + 0,175 \frac{Z_{02} \cdot Z_3}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} + \\
& + 0,175 \frac{Z_2 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} - 0,175 \frac{Z_{02} \cdot Z_{03}}{\Delta Z_2 \Delta Z_3} + 0,2279 \frac{Z_1^2}{\Delta Z_1^2} + 0,2279 \frac{2 \cdot Z_1 \cdot Z_{01}}{\Delta Z_1^2} - 0,2279 \frac{Z_{01}^2}{\Delta Z_1^2} + \\
& + 0,0926 \frac{Z_2^2}{\Delta Z_2^2} - 0,0926 \frac{2 \cdot Z_2 \cdot Z_{02}}{\Delta Z_2^2} + 0,0926 \frac{Z_{02}^2}{\Delta Z_2^2} - 0,0484 \frac{Z_3^2}{\Delta Z_3^2} + 0,0484 \frac{2 \cdot Z_3 \cdot Z_{03}}{\Delta Z_3^2} - 0,0484 \frac{Z_{03}^2}{\Delta Z_3^2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_4 = & -6,1755 + 91,16 \cdot Z_1^2 + 0,0412 \cdot Z_2^2 - 0,0019 \cdot Z_3^2 + 16,3743 \cdot Z_1 - 0,1364 \cdot Z_2 + \\
& + 0,3147 \cdot Z_3 + 1,6667 \cdot Z_1 \cdot Z_2 - 0,3 \cdot Z_1 \cdot Z_3 - 0,0233 \cdot Z_2 \cdot Z_3
\end{aligned}$$

I. $Z_1=0,25$

1). $Z_2=8,5$

$$Y = -0,0019 \cdot Z_3^2 + 0,1916 \cdot Z_3 + 9,0326;$$

Z_3	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	13,815	13,7282	13,5207	13,2182	12,9582

2). $Z_2=10,0$

$$Y = -0,0019 \cdot Z_3^2 + 0,01 \cdot Z_3 + 10,5386;$$

Z_3	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	7,0764	7,6070	8,3075	8,913	9,2705

3). $Z_2=11,5$

$$Y = -0,0019 \cdot Z_3^2 - 0,1432 \cdot Z_3 + 12,2875;$$

Z_3	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6
Y	1,87	2,925	4,388	5,7595	6,6379

II. $Z_1=0,25$

1). $Z_3=32,0$

$$Y = 0,0412 \cdot Z_2^2 - 0,4653 \cdot Z_2 + 9,3404;$$

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	9,9617	9,4382	8,8074	8,3621	8,2321

2) $Z_3=37,0$

$$Y = 0,0412 \cdot Z_2^2 - 0,5818 \cdot Z_2 + 9,8836;$$

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	9,0486	8,6416	8,1856	7,915	7,8573

3) $Z_3=42,0$

$$Y = 0,0412 \cdot Z_2^2 - 0,6983 \cdot Z_2 + 10,3316;$$

Z_2	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
Y	8,0404	7,7499	7,4686	7,3728	7,3873

II. $Z_2=10,0$

1). $Z_3=32,0$

$$Y = 96,16 \cdot Z_1^2 + 23,4413 \cdot Z_1 - 2,7507;$$

Z_1	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	23,8492	17,2334	9,1196	2,9291	0,6873

2). $Z_3=37$

$$Y = 96,16 \cdot Z_1^2 + 21,9413 \cdot Z_1 - 3,0006;$$

Z_1	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	22,9723	16,4585	8,4947	2,4542	0,4548

3). $Z_3=42,0$

$$Y = 353,24 \cdot Z_1^2 - 174,9023 \cdot Z_1 + 22,3988;$$

Z_1	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
Y	22,0062	15,5944	7,7806	1,8901	0,1802

По уравнениям регрессии построены графические зависимости объема осадка от исследуемых параметров, представленные на рисунке 11.

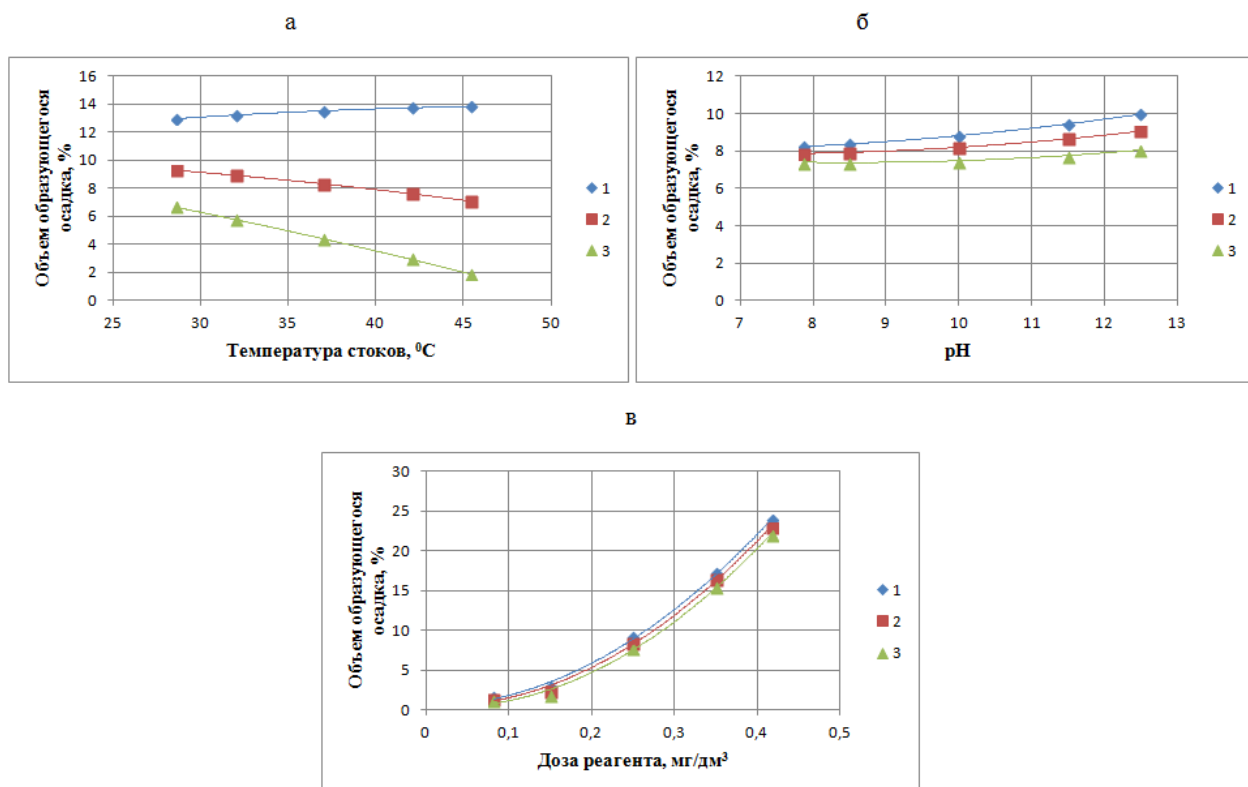


Рисунок 11 - Зависимости объема осадка от: а) исходного значения pH; б) от дозы реагента Amersep MP7 мг/дм³; в) температуры стоков, °C.

а) доза реагента= 0,025 мг/дм³; 1.– pH=8,5; 2 – pH = 10,5; 3 – pH=11,5

$$1 - y_4 = -0,0019x_3^2 + 0,1916x_3 + 9,0318$$

$$2 - y_4 = -0,0019x_3^2 + 0,01x_3 + 10,539$$

$$3 - y_4 = -0,0019x_3^2 - 0,142x_3 + 12,264$$

x_3 – температура стоков; y_4 – объем образующегося осадка, %.

б) доза реагента 0, 25 мг/дм³; 1. – температура стоков =32,0, °С;
 2 – температура стоков =37,0, °С; 3 – температура стоков =42,0, °С.
 $1 - y_4 = 1,2886x_2^2 - 0,758x_2 - 0,788$
 $2 - y_4 = 1,254x_2^2 - 0,725x_2 - 0,802$
 $3 - y_4 = 1,205x_2^2 - 0,692x_2 - 0,797$
 x_2 – рН; y_4 – объем образующегося осадка, %.

в) рН=10,0; температура стоков =32,0, °С;
 2 – температура стоков =37,0, °С; 3 – температура стоков =42,0, °С.
 $1 - y_4 = 141,68x_1^2 - 7,1462x_1 + 0,4558$
 $2 - y_4 = 137,79x_1^2 - 3,2919x_1 + 0,471$
 $3 - y_4 = 134,89x_1^2 - 0,029x_1 + 0,4783$
 x_1 – доза реагента мг/дм³; y_4 – объем образующегося осадка, %.

Задачей регрессионного анализа являлся подбор математических формул, наилучшим образом описывающих экспериментальные данные, а полученные уравнения регрессии позволили бы определить не только влияние отдельных факторов, установить степень их взаимодействия, но и оптимальные значения режимов обработки:

$$Y_1 = 0,099 - 0,1637X_1 - 0,3169X_2 - 0,2245X_3 + 0,0811X_1X_2 + 0,3017X_1X_3 + 0,10773X_2X_3 + 0,6219X_1^2 + 0,1947X_2^2 - 0,1628X_3^2, \quad (94)$$

$$Y_2 = 0,1626 - 0,613X_1 - 0,6195X_2 - 0,28X_3 + 0,1449X_1X_2 + 0,3138X_1X_3 + 0,2456X_2X_3 + 1,227X_1^2 + 0,2923X_2^2 - 0,404X_3^2, \quad (95)$$

$$Y_3 = 1,1271 - 0,003X_1 - 0,4929X_2 - 0,062X_3 + 0,2098X_1X_2 + 0,0889X_1X_3 + 0,10293X_2X_3 + 0,8831X_1^2 + 0,1466X_2^2 - 0,3253X_3^2, \quad (96)$$

$$Y_4 = 2,284 - 0,0709X_1 + 0,3601X_2 + 0,0662X_3 + 0,125X_1X_2 + 0,075X_1X_3 - 0,175X_2X_3 - 0,2279X_1^2 + 0,0926X_2^2 - 0,0484X_3^2. \quad (97)$$

Как видно из полученных уравнений, наибольшее влияние на процесс обезвреживания стоков оказывают, величина рН, в меньшей степени – доза реагента Amersep MP7 и температура стоков в модельной жидкости, а вот степень взаимодействия факторов, от которых зависит процесс очистки от ионов Cu^{2+} , Ni^{2+} , Zn^{2+} в стоках несколько разная.

На объем образующегося осадка в результате обезвреживания данных стоков большее влияние имеет величина рН и в меньшей степени влияет температуры и доза реагента.

В результате исследований по использованию современного реагента Amersep MP7 были найдены оптимальные дозы для обезвреживания медьсодержащих стоков, что позволяет использовать их на технологические нужды гальванического производства для схемы промывок.

Был подсчитан коэффициент детерминации, который рассматривают, как правило, в качестве основного показателя, отражающего меру качества регрес-

сионной модели, описывающей связь между зависимой и независимыми переменными модели. Коэффициент детерминации показывает, какая доля вариации объясняемой переменной y_n учтена в модели и обусловлена влиянием на нее факторов, включенных в модель. При равенстве коэффициента единице линия регрессии точно соответствует всем наблюдениям. Достаточно качественной можно признать модель с коэффициентом детерминации выше 0,7 [32].

Детерминация для y_1, y_2, y_3 и y_4

$$y_1 = 0,6742933$$

$$y_2 = 0,6713363$$

$$y_3 = 0,6773263$$

$$y_4 = 0,8929521$$

Таблица 13. Зависимость остаточной концентрации ионов Cu^{2+} , Ni^{2+} , Zn^{2+} от величины pH

Величина pH	$C_{\text{ост}}^{\text{Cu}^{2+}}$ мг/дм ³	$C_{\text{ост}}^{\text{Ni}^{2+}}$ мг/дм ³	$C_{\text{ост}}^{\text{Zn}^{2+}}$ мг/дм ³
7,88	2,093	3,492	2,6880
8,5	0,553	0,7876	0,579
10,0	0,531	0,996	0,7515
11,5	0,0564	0,171	0,197
12,5	0,159	0,0166	0,0181

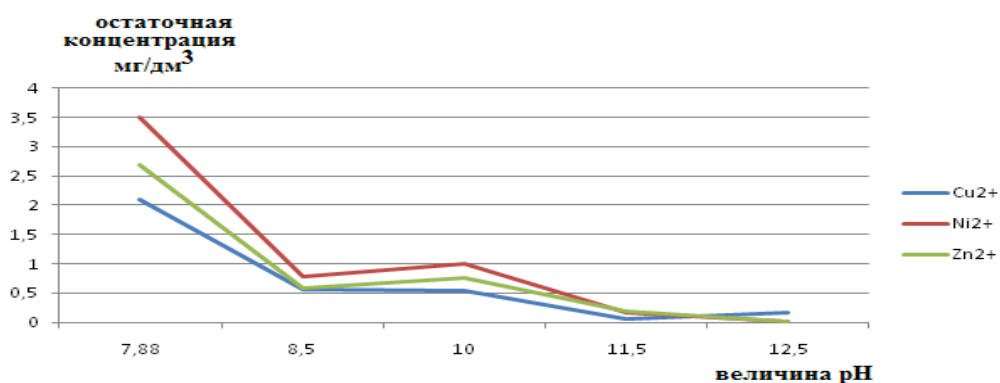


Рисунок 12 – Зависимость остаточной концентрации Cu^{2+} , Ni^{2+} , Zn^{2+} от величины pH

Из графиков видно, что с увеличением величины pH уменьшается концентрация ионов металлов Cu^{2+} , Ni^{2+} , Zn^{2+} .

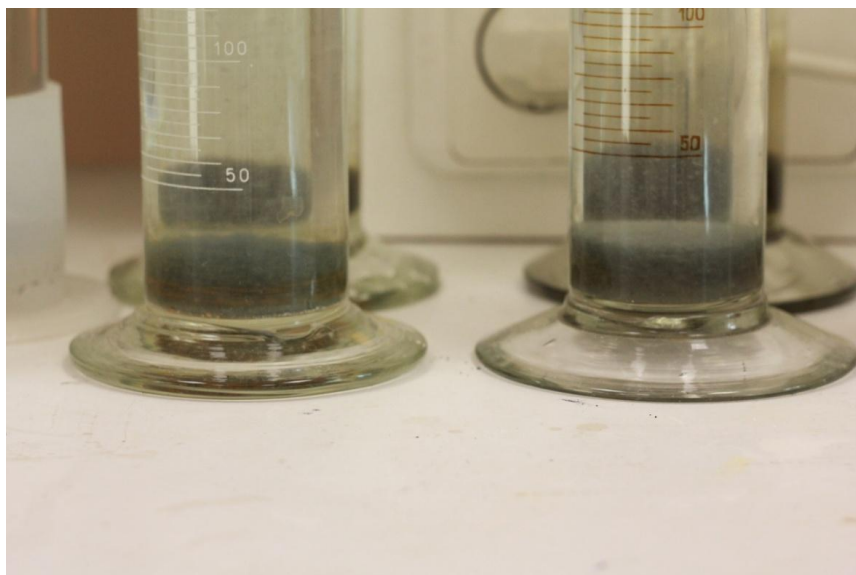


Рисунок13 – Вид осадка, который образуется при использовании реагента AMERSEP MP7

По уравнениям регрессии проведена оптимизация диссоциативно-шаговым методом. Получены диаграммы, которые позволяют регулировать процесс реагентной обработки сточных вод, содержащих различные тяжелые металлы и проводить его в оптимальных режимах.

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,1637 \cdot X_1 - 0,3169 \cdot X_2 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,081 \cdot X_1 X_2 + 0,3017 \cdot X_1 X_3 - 0,1077 \cdot X_2 X_3 + 0,6218 \cdot X_1^2 + 0,1947 \cdot X_2^2 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

I. $X_1=0$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,3169 \cdot X_2 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,1077 \cdot X_2 X_3 + 0,1947 \cdot X_2^2 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,5324 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,1809 \cdot X_3 + 0,5495 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0436}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(1,1809 - \frac{(-0,0436)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -0,1339 \pm \sqrt{-6,1425(y - 1,1838)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=2,3635=-2,6313$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=1,0969=-1,3648$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=2,4274$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=2,4274=-2,6952$$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,3169 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,1077 \cdot X_3 + 0,1947 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,01168}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,6106 - \frac{(-0,1168)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -0,3587 \pm \sqrt{-6,1425(y - 0,6315)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=1,3279=-2,0453$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=1,4211=-2,1385$$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2245}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,099 - \frac{(-0,2245)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} =$$

$$= -0,6899 \pm \sqrt{-6,1425(y - 0,1764)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=-0,4682=-0,9121$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=-0,0798=-1,3794$$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,3169 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,1077 \cdot X_3 + 0,1947 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3322}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(-0,0232 - \frac{(-0,3322)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} =$$

$$= -0,3322 \pm \sqrt{-6,1425(y - 0,1695)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=-0,9381=-1,0271$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=-0,4459=-1,5946$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,5324 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,1809 \cdot X_3 + 0,5495 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,4054}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,1161 - \frac{(-0,4054)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -1,2451 \pm \pm \sqrt{-6,1425(y - 0,3685)}$$

Y=0,1684	X ₃ =-0,1365=-1,3537
Y=1,9486	X ₃ =
Y=0,9372	X ₃ =
Y=2,1278	X ₃ =
Y=0,1158	X ₃ =0,0008=-2,491

II.X₁=-1,68

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,1637 - 0,3169 \cdot X_2 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,081 \cdot X_2 - 0,3017 \cdot X_3 - 0,1077 \cdot X_2 X_3 + 0,6218 + 0,1947 \cdot X_2^2 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

1). X₂=-1,68

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,1637 + 0,5324 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,1361 - 0,3017 \cdot X_3 + 0,1809 \cdot X_3 + 0,5495 + 0,6218 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3453}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(2,1025 - \frac{(-0,3453)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -1,0605 \pm \pm \sqrt{-6,1425(y - 2,2856)}$$

Y=0,1684	X ₃ =2,5449=-4,666
Y=1,9486	X ₃ =0,3783=-2,4993
Y=0,9372	X ₃ =1,8174=-3,9384
Y=2,1278	X ₃ =-0,076=-2,045
Y=0,1158	X ₃ =2,5903=-4,7014

2). X₂=-1

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,1637 + 0,3169 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,081 - 0,3017 \cdot X_3 + 0,1077 \cdot X_3 + 0,6218 + 0,1947 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,4185}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(1,4771 - \frac{(-0,4185)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -1,2853 \pm \pm \sqrt{-6,1425(y - 1,7461)}$$

Y=0,1684	X ₃ =1,2853=-4,666
Y=1,9486	X ₃ =
Y=0,9372	X ₃ =0,9438=-3,5144
Y=2,1278	X ₃ =
Y=0,1158	X ₃ =1,8792=-4,4498

3). X₂=0

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,1637 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,3017 \cdot X_3 + 0,6218 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,5262}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,8845 - \frac{(-0,5262)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -1,6161 \pm$$

$$\pm \sqrt{-6,1425(y - 1,3097)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=1,0413=-4,2735$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=-0,1035=-3,1287$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=1,092=-4,3241$$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,1637 - 0,3169 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,081 - 0,3017 \cdot X_3 - 0,1077 \cdot X_3 + 0,6218 + 0,1947 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,6339}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,6813 - \frac{(-0,6339)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -1,9469 \pm$$

$$\pm \sqrt{-6,1425(y - 1,2984)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=0,6877=-4,5815$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=-0,4574=-3,4364$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=0,7483=-4,6421$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,1637 - 0,5324 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,0136 - 0,3017 \cdot X_3 - 0,1809 \cdot X_3 + 0,6218 + 0,5495 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,7071}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,888 - \frac{(-0,7071)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -2,1717 \pm$$

$$\pm \sqrt{-6,1425(y - 1,9738)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=1,1583=-5,5017$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=-1,7783=-2,5651$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=-0,3517=-4,6951$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=1,2066=-5,5499$$

III. $X_1=-1$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,275 - 0,3169 \cdot X_2 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,1361 \cdot X_2 - 0,5069 \cdot X_3 - 0,1077 \cdot X_2 X_3 + 1,7549 + 0,1947 \cdot X_2^2 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,275 + 0,5324 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,2287 - 0,5069 \cdot X_3 + \\ + 0,1809 \cdot X_3 + 1,7549 + 0,5495 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,5504}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(3,4395 - \frac{(-0,5504)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -1,6904 \pm \\ \pm \sqrt{-6,1425(y - 3,9047)}$$

$Y=0,1684$	$X_3=3,1002=-6,4811$
$Y=1,9486$	$X_3=-1,7759=-5,1567$
$Y=0,9372$	$X_3=2,5790=-5,9598$
$Y=2,1278$	$X_3=1,6133=-4,9941$
$Y=0,1158$	$X_3=3,1338=-6,5147$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,275 + 0,3169 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,1361 - 0,5069 \cdot X_3 + \\ + 0,1077 \cdot X_3 + 1,7549 + 0,1947 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,6234}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(2,7766 - \frac{(-0,6237)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -1,9155 \pm \\ \pm \sqrt{-6,1425(y - 3,374)}$$

$Y=0,1684$	$X_3=2,5218=-6,3529$
$Y=1,9486$	$X_3=1,0434=-4,8745$
$Y=0,9372$	$X_3=1,9533=-5,7844$
$Y=2,1278$	$X_3=0,8511=-4,6822$
$Y=0,1158$	$X_3=2,5581=-6,3892$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,275 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,5069 \cdot X_3 + 1,7549 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,8942}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(2,1289 - \frac{(-0,8992)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -2,7463 \pm \\ \pm \sqrt{-6,1425(y - 3,3568)}$$

$Y=0,1684$	$X_3=1,6791=-7,1718$
$Y=1,9486$	$X_3=0,1947=-5,6874$
$Y=0,9372$	$X_3=1,1088=-6,6015$
$Y=2,1278$	$X_3=-0,0012=-5,4939$
$Y=0,1158$	$X_3=1,7155=-7,2081$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,275 - 0,3169 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,1361 - 0,5069 \cdot X_3 - \\ - 0,1077 \cdot X_3 + 1,7549 + 0,1947 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,8391}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(1,8706 - \frac{(-0,8391)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -2,5771 \pm$$

$$\pm \sqrt{-6,1425(y - 2,9518)}$$

Y=0,1684	X ₃ =1,5578=-6,712
Y=1,9486	X ₃ =-0,0947=-5,0595
Y=0,9372	X ₃ =0,9407=-6,0949
Y=2,1278	X ₃ =-0,3273=-4,8269
Y=0,1158	X ₃ =1,5967=-6,7508

5). X₂=+1,68

$$\hat{Y}_1 = 0,099 + 0,275 - 0,3169 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,2286 - 0,5069 \cdot X_3 - \\ - 0,1809 \cdot X_3 + 1,7549 + 0,5495 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,9123}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(2,1333 - \frac{(-0,9123)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -2,8019 \pm$$

$$\pm \sqrt{-6,1425(y - 3,4414)}$$

Y=0,1684	X ₃ =1,6613=-7,2651
Y=1,9486	X ₃ =0,1956=-5,7994
Y=0,9372	X ₃ =1,0965=-6,7003
Y=2,1278	X ₃ =0,006=-5,6098
Y=0,1158	X ₃ =1,6973=-7,3011

IV. X₁=+1

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,1637 - 0,3169 \cdot X_2 - 0,0224 \cdot X_3 + 0,081 \cdot X_2 + 0,3017 \cdot X_3 - \\ - 0,1077 \cdot X_2 X_3 + 0,6218 + 0,1947 \cdot X_2^2 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

1). X₂=-1,68

$$\hat{Y}_1 = 0,5571 + 0,3963 + 0,2793 \cdot X_3 + 0,1809 \cdot X_3 + 0,5475 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,4602}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(1,5009 - \frac{(-0,4602)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -1,4134 \pm$$

$$\pm \sqrt{-6,1425(y - 1,8261)}$$

Y=0,1684	X ₃ =4,6044=-1,7776
Y=1,9486	X ₃ =
Y=0,9372	X ₃ =3,7501=-0,9233
Y=2,1278	X ₃ =
Y=0,1158	X ₃ =4,6546=-1,8279

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_1 = 0,5571 + 0,2359 + 0,2793 \cdot X_3 + 0,1077 \cdot X_3 + 0,194 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3872}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,987 - \frac{(-0,3872)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = 1,1892 \pm \pm \sqrt{-6,1425(y - 1,2172)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=3,7274=-1,349$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=2,5007=-0,1223$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=3,7903=-1,4119$$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_1 = 0,5571 + 0,2793 \cdot X_3 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,279}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,5571 - \frac{(-0,2792)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = 0,8569 \pm \pm \sqrt{-6,1425(y - 0,6766)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=2,6238=-0,91$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=2,7129=-1,1256$$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_1 = 0,5571 - 0,2359 + 0,2793 \cdot X_3 - 0,1077 \cdot X_3 + 0,194 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1716}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,5152 - \frac{(-0,1716)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = 0,527 \pm \pm \sqrt{-6,1425(y - 0,5604)}$$

$$Y=0,1684 \quad X_3=2,0788=-1,0247$$

$$Y=1,9486 \quad X_3=$$

$$Y=0,9372 \quad X_3=$$

$$Y=2,1278 \quad X_3=$$

$$Y=0,1158 \quad X_3=2,1796=-1,1256$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_1 = 0,5571 - 0,3963 + 0,2793 \cdot X_3 - 0,1809 \cdot X_3 + 0,5475 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0984}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(0,7083 - \frac{(-0,0984)^2}{4(-0,1628)} \right) \right]} = 0,3022 \pm \pm \sqrt{-6,1425(y - 0,7232)}$$

Y=0,1684	X ₃ =2,1482=-1,5438
Y=1,9486	X ₃ =
Y=0,9372	X ₃ =
Y=2,1278	X ₃ =
Y=0,1158	X ₃ =2,2337=-1,6293

V.X₁=+1,68

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,275 - 0,3169 \cdot X_2 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,1561 \cdot X_2 + 0,5069 \cdot X_3 - 0,1077 \cdot X_2 X_3 + 1,755 + 0,1947 \cdot X_2^2 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

1). X₂=-1,68

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,275 + 0,5324 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,2623 + 0,5069 \cdot X_3 + 0,1809 \cdot X_3 + 1,755 + 0,5495 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,5505}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(2,3956 - \frac{(-0,5505)^2}{4(-0,1628)} \right) \right]} = -1,6907 \pm \pm \sqrt{-6,1425(y - 0,7232)}$$

Y=0,1684	X ₃ =2,3784=-5,7598
Y=1,9486	X ₃ =0,6805=-4,0619
Y=0,9372	X ₃ =1,7495=-5,1310
Y=2,1278	X ₃ =0,4336=-3,8172
Y=0,1158	X ₃ =2,4179=-5,7993

2). X₂=-1

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,275 + 0,3169 - 0,2245 \cdot X_3 - 0,1561 + 0,5069 \cdot X_3 + 0,1077 \cdot X_3 + 1,755 + 0,1994 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3901}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(1,9395 - \frac{(0,3901)^2}{4(-0,1628)} \right) \right]} = 1,1981 \pm \pm \sqrt{-6,1425(y - 2,1732)}$$

Y=0,1684	X ₃ =4,7072=-2,3111
Y=1,9486	X ₃ =2,3726=0,0236
Y=0,9372	X ₃ =3,9539=-1,557
Y=2,1278	X ₃ =1,7261=0,6701
Y=0,1158	X ₃ =4,753=-2,3568

3). X₂=0

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,275 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,5069 \cdot X_3 + 1,755 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2824}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(1,579 - \frac{(0,2824)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = 0,86 \pm$$

$$\pm \sqrt{-6,1425(y - 1,7015)}$$

Y=0,1684	X ₃ =3,936=-2,2014
Y=1,9486	X ₃ =
Y=0,9372	X ₃ =3,034=-1,2994
Y=2,1278	X ₃ =
Y=0,1158	X ₃ =3,9882=-2,2536

4). X₂=+1

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,275 - 0,3169 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,1561 + 0,5069 \cdot X_3 - 0,1077 \cdot X_3 +$$

$$+ 1,755 + 0,1994 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1947}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(1,755 - \frac{(0,1947)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = 0,598 \pm$$

$$\pm \sqrt{-6,1425(y - 1,8132)}$$

Y=0,1684	X ₃ =3,7765=-2,5806
Y=1,9486	X ₃ =
Y=0,9372	X ₃ =2,9177=-1,7217
Y=2,1278	X ₃ =
Y=0,1158	X ₃ =3,827=-2,631

5). X₂=+1,68

$$\hat{Y}_1 = 0,099 - 0,275 - 0,5324 - 0,2245 \cdot X_3 + 0,2623 + 0,5069 \cdot X_3 - 0,1809 \cdot X_3 +$$

$$+ 1,755 + 0,5495 - 0,1628 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1015}{2 \cdot (-0,1628)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,1628)} \left[y - \left(1,8584 - \frac{(0,1015)^2}{4 \cdot (-0,1628)} \right) \right]} = -0,3117 \pm$$

$$\pm \sqrt{-6,1425(y - 1,8742)}$$

Y=0,1684	X ₃ =2,9252=-3,5487
Y=1,9486	X ₃ =
Y=0,9372	X ₃ =2,0874=-2,7108
Y=2,1278	X ₃ =
Y=0,1158	X ₃ =2,9748=-3,5982

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 - 0,613 \cdot X_1 - 0,6195 \cdot X_2 - 0,28 \cdot X_3 + 0,1449 \cdot X_1 X_2 + 0,3138 \cdot X_1 X_3 +$$

$$+ 0,2456 \cdot X_2 X_3 + 1,227 \cdot X_1^2 + 0,2923 \cdot X_2^2 - 0,404 \cdot X_3^2$$

I.X₁=0

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 - 0,6195 \cdot X_2 - 0,28 \cdot X_3 + 0,2456 \cdot X_2 X_3 + 0,2923 \cdot X_2^2 - 0,404 \cdot X_3^2$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 + 1,0408 - 0,28 \cdot X_3 - 0,4126 \cdot X_3 + 0,825 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,6926}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(2,0284 - \frac{(-0,6926)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,8572 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 2,3252)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=1,2831=-3,0003$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=1,0997=-2,814$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=0,5936=-2,3084$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=1,4565=-3,1708$$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 + 0,6195 - 0,28 \cdot X_3 - 0,4126 \cdot X_3 + 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,5256}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(1,0744 - \frac{(-0,5256)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,6505 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 0,9866)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=0,7352=-2,0362$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=0,4248=-1,7258$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=0,9866=-2,2876$$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 - 0,28 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,28}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(0,1626 - \frac{(-0,28)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,3465 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 0,2111)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=0,0000=-0,6931$$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 - 0,6195 - 0,28 \cdot X_3 + 0,2456 \cdot X_3 + 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0344}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(-0,1646 - \frac{(-0,0344)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,0426 \pm$$

$$\pm \sqrt{-2,4752(y - 0,1639)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 - 1,041 - 0,28 \cdot X_3 + 0,4126 \cdot X_3 + 0,825 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1326}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(0,3592 - \frac{(0,1326)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = 0,1641 \pm$$

$$\pm \sqrt{-2,4752(y - 0,3701)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=0,8807=-0,5525$$

II. $X_1=-1,68$

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 + 0,613 - 0,6195 \cdot X_2 - 0,28 \cdot X_3 - 0,1449 \cdot X_2 - 0,3138 \cdot X_3 +$$

$$+ 0,2456 \cdot X_2 X_3 + 1,227 + 0,2923 \cdot X_2^2 - 0,404 \cdot X_3^2$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_2 = 2,0029 + 1,2842 - 1,0064 \cdot X_3 + 0,825 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{1,0064}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(4,1121 - \frac{(-1,0064)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -1,2455 \pm$$

$$\pm \sqrt{-2,4752(y - 4,389)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=2,0052=-4,4963$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=1,8855=-4,3766$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=1,5971=-4,0881$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=1,0596=-3,5508$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=2,1201=-4,6112$$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_2 = 2,0029 + 0,7644 - 0,8394 \cdot X_3 - 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,8394}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(3,0596 - \frac{(-0,8394)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -1,0389 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 3,4956)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=1,6979=-3,7757$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=1,5546=-3,6324$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=1,1979=-3,2756$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=0,4566=-2,5343$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=1,8334=-3,9111$$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_2 = 2,0029 - 0,5938 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,5938}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(2,0029 - \frac{(-0,5938)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,7349 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 2,2211)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=1,3473=-2,8171$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=1,1549=-2,6247$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=0,6246=-2,0944$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=1,5224=-2,9922$$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_2 = 2,0029 - 0,7644 - 0,3482 \cdot X_3 + 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3482}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(1,7754 - \frac{(-0,3482)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,4309 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 1,8504)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=1,4178=-2,2797$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=1,1982=-2,0601$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=0,5338=-1,3957$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=1,613=-2,4749$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_2 = 2,0029 - 1,2842 - 0,1812 \cdot X_3 + 0,825 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1812}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(1,5427 - \frac{(-0,1812)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,2243 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 1,563)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=1,4209=-1,8694$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=1,1695=-1,6180$$

$Y=1,4744$	$X_3=0,2441=-0,6926$
$Y=2,5921$	$X_3=$
$Y=0,1626$	$X_3=1,6376=-2,0861$

III. $X_1=-1$

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 + 1,0298 - 0,6195 \cdot X_2 - 0,28 \cdot X_3 - 0,2434 \cdot X_2 - 0,5271 \cdot X_3 + 0,2456 \cdot X_2 X_3 + 3,4631 + 0,2923 \cdot X_2^2 - 0,404 \cdot X_3^2$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_2 = 4,6554 + 1,4497 - 0,8071 \cdot X_3 - 0,4126 \cdot X_3 + 2,8224 - 0,404 \cdot X_3^2 = 8,9275 - 1,219 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{1,219}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(8,9275 - \frac{(-1,219)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -1,5095 \pm \sqrt{-2,4752(y - 9,8481)}$$

$Y=0,4696$	$X_3=3,3086=-6,3276$
$Y=0,7782$	$X_3=3,2286=-6,2477$
$Y=1,4744$	$X_3=3,0432=-6,0622$
$Y=2,5921$	$X_3=2,7284=-5,7475$
$Y=0,1626$	$X_3=3,3868=-6,4059$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_2 = 4,6554 + 0,8629 - 0,8071 \cdot X_3 - 0,2456 \cdot X_3 + 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2 = 5,8106 - 1,052 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{1,219}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(8,9275 - \frac{(-1,219)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -1,5095 \pm \sqrt{-2,4752(y - 9,8481)}$$

$Y=0,4696$	$X_3=2,5601=-5,1640$
$Y=0,7782$	$X_3=2,4599=-5,0638$
$Y=1,4744$	$X_3=2,2234=-4,8274$
$Y=2,5921$	$X_3=1,8064=-4,4103$
$Y=0,1626$	$X_3=2,6572=-5,2612$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_2 = 4,6554 - 0,8071 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,5938}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(2,0029 - \frac{(-0,5938)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,9989 \pm \sqrt{-2,4752(y - 5,0586)}$$

$Y=0,4696$	$X_3=2,3714=-4,3691$
------------	----------------------

$Y=0,7782$	$X_3=2,2561=-4,2539$
$Y=1,4744$	$X_3=1,9785=-3,9774$
$Y=2,5921$	$X_3=1,4719=-3,4697$
$Y=0,1626$	$X_3=2,4823=-4,4801$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_2 = 4,6554 - 0,8629 - 0,8071 \cdot X_3 + 0,2456 \cdot X_3 + 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2 =$$

$$= 4,0848 - 0,5621 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,5621}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(4,0848 - \frac{(-0,5621)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,6957 \pm$$

$$\pm \sqrt{-2,4752(y - 4,2803)}$$

$Y=0,4696$	$X_3=2,3756=-3,7669$
$Y=0,7782$	$X_3=2,2486=-3,6399$
$Y=1,4744$	$X_3=1,9397=-3,3311$
$Y=2,5921$	$X_3=1,3485=-2,7399$
$Y=0,1626$	$X_3=2,4969=-3,8882$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_2 = 4,6554 - 1,1479 - 0,8071 \cdot X_3 + 0,4126 \cdot X_3 + 0,825 - 0,404 \cdot X_3^2 =$$

$$= 4,3331 - 0,3945 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3945}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(4,3331 - \frac{(-0,3945)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,4882 \pm$$

$$\pm \sqrt{-2,4752(y - 4,4294)}$$

$Y=0,4696$	$X_3=2,6425=-3,6189$
$Y=0,7782$	$X_3=2,518=-3,4945$
$Y=1,4744$	$X_3=2,6443=-3,1927$
$Y=2,5921$	$X_3=1,6443=-2,6207$
$Y=0,1626$	$X_3=2,7616=-3,738$

IV. $X_1=+1$

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 - 0,613 - 0,6195 \cdot X_2 - 0,28 \cdot X_3 + 0,1449 \cdot X_2 + 0,3138 \cdot X_3 +$$

$$+ 0,2456 \cdot X_2 X_3 + 1,227 + 0,2923 \cdot X_2^2 - 0,404 \cdot X_3^2$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_2 = 0,7766 + 1,0408 + 0,0338 \cdot X_3 - 0,2434 - 0,4126 \cdot X_3 + 0,825 - 0,404 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,4058 - 0,3788 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3788}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(2,4058 - \frac{(-0,825)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,4688 \pm$$

$$\pm \sqrt{-2,4752(y - 2,4946)}$$

Y=0,4696	X ₃ =1,77=-2,7076
Y=0,7782	X ₃ =1,59=-2,53
Y=1,4744	X ₃ =1,1203=-2,0579
Y=2,5921	X ₃ =
Y=0,1626	X ₃ =1,9337=-2,8714

2). X₂=-1

$$\hat{Y}_2 = 0,7766 + 0,6195 + 0,0338 \cdot X_3 - 0,1449 - 0,2456 \cdot X_3 + 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,5435 - 0,2118 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2118}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(1,5435 - \frac{(-0,2118)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,2621 \pm$$

$$\pm \sqrt{-2,4752(y - 1,5713)}$$

Y=0,4696	X ₃ =1,3892=-1,1935
Y=0,7782	X ₃ =1,1389=-1,6632
Y=1,4744	X ₃ =0,2275=-0,7518
Y=2,5921	X ₃ =
Y=0,1626	X ₃ =1,6052=-2,1294

3). X₂=0

$$\hat{Y}_2 = 0,7766 - 0,28 \cdot X_3 + 0,3138 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2 = 0,7766 + 0,0338 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0338}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(0,7766 - \frac{(-0,0338)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,0418 \pm$$

$$\pm \sqrt{-2,4752(y - 0,7773)}$$

Y=0,4696	X ₃ =0,9146=-0,8309
Y=0,7782	X ₃ =
Y=1,4744	X ₃ =
Y=2,5921	X ₃ =
Y=0,1626	X ₃ =1,2753=-1,1917

4). X₂=+1

$$\hat{Y}_2 = 0,7766 - 0,6195 + 0,0338 \cdot X_3 + 0,1449 + 0,2456 \cdot X_3 + 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2 =$$

$$= 0,5943 + 0,2794 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2794}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(1,5435 - \frac{(0,2794)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = 0,3458 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 0,6426)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=1,002=-0,3086$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=1,4558=-0,7442$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_2 = 0,7766 - 1,0476 + 0,0338 \cdot X_3 + 0,1449 + 0,4126 \cdot X_3 + 0,4911 - 0,404 \cdot X_3^2 = 0,4635 + 0,4464 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,4464}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(0,4635 - \frac{(0,4464)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = 0,5528 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 0,5868)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=1,0911=0,0138$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=1,5772=-0,4722$$

V. $X_1=+1,68$

$$\hat{Y}_2 = 0,1626 - 1,0299 - 0,6195 \cdot X_2 - 0,28 \cdot X_3 + 0,2434 \cdot X_2 + 0,5272 \cdot X_3 + 0,2456 \cdot X_2 X_3 + 3,4631 + 0,2923 \cdot X_2^2 - 0,404 \cdot X_3^2$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_2 = 2,5959 + 1,0626 + 0,2472 \cdot X_3 - 0,4126 \cdot X_3 + 0,825 - 0,404 \cdot X_3^2 = 4,4835 - 0,1654 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1654}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(4,4835 - \frac{(-0,1654)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = -0,2047 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 4,5004)}$$

$$Y=0,4696 \quad X_3=2,954=-3,3634$$

$$Y=0,7782 \quad X_3=2,8307=-3,2401$$

$$Y=1,4744 \quad X_3=2,5311=-2,9415$$

$$Y=2,5921 \quad X_3=1,9687=-2,3781$$

$$Y=0,1626 \quad X_3=3,0721=-4,4815$$

2). $X_2=-1$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_2 &= 2,5959 + 0,3765 + 0,2472 \cdot X_3 - 0,2456 \cdot X_3 + 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2 = \\ &= 3,2647 + 0,0016 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2\end{aligned}$$

$$X_3 = \frac{0,0016}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(3,2647 - \frac{(0,0016)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = 0,002 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 3,2647)}$$

Y=0,4696	X ₃ =2,6323=-2,6283
Y=0,7782	X ₃ =2,4828=-2,4789
Y=1,4744	X ₃ =2,1071=-2,1031
Y=2,5921	X ₃ =1,2923=-1,2883
Y=0,1626	X ₃ =2,773=-2,769

3). X₂=0

$$\hat{Y}_2 = 2,5959 + 0,2472 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2472}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(2,5959 - \frac{(0,2472)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = 0,3059 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 2,6337)}$$

Y=0,4696	X ₃ =2,6204=-2,0085
Y=0,7782	X ₃ =2,449=-1,8372
Y=1,4744	X ₃ =1,9999=-1,3881
Y=2,5921	X ₃ =0,6269=-0,015
Y=0,1626	X ₃ =2,7791=-2,1672

4). X₂=1

$$\begin{aligned}\hat{Y}_2 &= 2,5959 - 0,3765 + 0,2472 \cdot X_3 + 0,2456 \cdot X_3 + 0,2923 - 0,404 \cdot X_3^2 = \\ &= 2,5117 + 0,4928 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2\end{aligned}$$

$$X_3 = \frac{0,4928}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(2,5117 - \frac{(0,4928)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = 0,6099 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 2,662)}$$

Y=0,4696	X ₃ =2,9394=-1,7196
Y=0,7782	X ₃ =2,7693=-1,5495
Y=1,4744	X ₃ =2,3244=-1,1046
Y=2,5921	X ₃ =1,0258=0,194
Y=0,1626	X ₃ =3,0972=-1,8774

5). X₂=1,68

$$\begin{aligned}\hat{Y}_2 &= 2,5959 - 1,0626 + 0,2472 \cdot X_3 + 0,4126 \cdot X_3 + 0,825 - 0,404 \cdot X_3^2 = \\ &= 2,3583 + 0,6598 \cdot X_3 - 0,404 \cdot X_3^2\end{aligned}$$

$$X_3 = \frac{0,6598}{2 \cdot (-0,404)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,404)} \left[y - \left(2,3583 - \frac{(0,6598)^2}{4 \cdot (-0,404)} \right) \right]} = 0,8166 \pm \pm \sqrt{-2,4752(y - 2,6277)}$$

Y=0,4696	X ₃ =3,1278=-1,4947
Y=0,7782	X ₃ =2,9562=-1,323
Y=1,4744	X ₃ =2,5062=-0,873
Y=2,5921	X ₃ =1,1134=0,5198
Y=0,1626	X ₃ =3,2867=-1,6536

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 - 0,003 \cdot X_1 - 0,4929 \cdot X_2 - 0,062 \cdot X_3 + 0,2098 \cdot X_1 X_2 + 0,0889 \cdot X_1 X_3 + 0,1229 \cdot X_2 X_3 + 0,8831 \cdot X_1^2 + 0,1466 \cdot X_2^2 - 0,3253 \cdot X_3^2.$$

I.X₁=0

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 - 0,4929 \cdot X_2 - 0,062 \cdot X_3 + 0,1229 \cdot X_2 X_3 + 0,1466 \cdot X_2^2 - 0,3253 \cdot X_3^2.$$

1). X₂=-1,68

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 + 0,8281 - 0,062 \cdot X_3 - 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 2,369 - 0,2349 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2349}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(2,369 - \frac{(-0,2349)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,2047 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 2,4114)}$$

Y=0,4213	X ₃ =2,1124=-2,8345
Y=0,3139	X ₃ =2,1782=-2,9003
Y=3,6122	X ₃ =
Y=2,3622	X ₃ =0,0021=-0,7242
Y=0,7123	X ₃ =1,9244=-2,6465

2). X₂=-1

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 + 0,4929 - 0,062 \cdot X_3 - 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 1,766 - 0,1649 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1649}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(1,766 - \frac{(-0,1649)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,2535 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 1,7869)}$$

Y=0,4213	X ₃ =1,7954=-2,3024
Y=0,3139	X ₃ =1,8745=-2,3814
Y=3,6122	X ₃ =
Y=2,3622	X ₃ =
Y=0,7123	X ₃ =1,5641=-2,071

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 - 0,062 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,062}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(1,1271 - \frac{(-0,062)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,0953 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 1,1301)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=1,3808=-1,5714$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=1,4887=-1,6793$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=1,0379=-1,2285$$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 - 0,4929 - 0,062 \cdot X_3 + 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 0,7808 + 0,0409 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0409}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(0,7808 - \frac{(0,0409)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = 0,0629 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 0,7821)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=1,116=-0,9903$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=1,2625=-1,1368$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=0,526=-0,4003$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 - 0,8281 - 0,062 \cdot X_3 + 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 0,7128 + 0,1109 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1109}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(0,7128 - \frac{(0,1109)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = 0,1705 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 0,7223)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=1,1323=-0,7914$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=1,2909=-0,9499$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=0,3454=-0,045$$

II. $X_1=-1,68$

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 + 0,003 - 0,4929 \cdot X_2 - 0,062 \cdot X_3 - 0,2098 X_2 - 0,0889 \cdot X_3 + 0,1029 \cdot X_2 X_3 + 0,8831 + 0,1466 \cdot X_2^2 - 0,3253 \cdot X_3^2.$$

1). $X_2 = -1,68$

$$\hat{Y}_3 = 2,0132 + 0,8281 - 0,062 \cdot X_3 + 0,3525 - 0,0889 \cdot X_3 - 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 3,3404 - 0,3238 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3238}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(3,3404 - \frac{(-0,3238)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,4977 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 3,421)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=2,5390=-3,5343$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=2,5928=-3,5882$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=2,301=-2,2964$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=2,3879=-3,3833$$

2). $X_2 = -1$

$$\hat{Y}_3 = 2,0132 + 0,4929 - 0,062 \cdot X_3 + 0,2098 - 0,0889 \cdot X_3 - 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 2,8625 - 0,2538 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1298}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(2,8625 - \frac{(-0,1298)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,1995 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 2,8754)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=2,377=-3,1572$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=2,436=-3,2162$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=0,9025=-1,6827$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=2,2103=-2,9905$$

3). $X_2 = 0$

$$\hat{Y}_3 = 2,0132 - 0,062 \cdot X_3 + 0,2098 - 0,0889 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 2,0132 - 0,1509 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1509}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(2,0132 - \frac{(-0,1509)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,2319 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 2,0307)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=1,9923=-2,4562$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=2,0654=-2,5292$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=$$

$$Y=0,7123$$

$$X_3=1,7812=-2,2451$$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_3 = 2,0132 - 0,4929 - 0,062 \cdot X_3 - 0,2098 - 0,0889 \cdot X_3 + 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 1,4571 - 0,048 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,048}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(2,8625 - \frac{(-0,048)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,0738 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 1,4589)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=1,7122=-1,8597$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=1,8023=-1,9499$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=1,4412=-1,5887$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_3 = 2,0132 - 0,8281 - 0,062 \cdot X_3 - 0,3525 - 0,0889 \cdot X_3 + 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 1,2464 - 0,022 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,022}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(1,4571 - \frac{(-0,022)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,0738 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 1,4589)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=1,7122=-1,8597$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=1,8023=-1,9499$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=1,4412=-1,5887$$

III. $X_1=-1$

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 + 0,005 - 0,4929 \cdot X_2 - 0,062 \cdot X_3 - 0,3525 X_2 - 0,1494 \cdot X_3 + 0,1029 \cdot X_2 X_3 + 2,49251 + 0,1466 \cdot X_2^2 - 0,3253 \cdot X_3^2.$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_3 = 3,6246 + 1,4203 - 0,2114 \cdot X_3 - 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 5,4587 - 0,3843 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3843}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(5,4587 - \frac{(-0,3843)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,5907 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 5,5722)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=3,3885=-4,5699$$

Y=0,3139	X ₃ =3,4298=-4,6112
Y=3,6122	X ₃ =1,8639=-3,0453
Y=2,3622	X ₃ =2,5475=-3,7289
Y=0,7123	X ₃ =3,2745=-4,4559

2). X₂=-1

$$\hat{Y}_3 = 3,6246 + 0,8454 - 0,2114 \cdot X_3 - 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 =$$

$$= 4,6166 - 0,3143 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3143}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(4,6166 - \frac{(-0,3143)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,4831 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 4,6925)}$$

Y=0,4213	X ₃ =3,1405=-4,1066
Y=0,3139	X ₃ =3,1857=-4,1519
Y=3,6122	X ₃ =1,3393=-2,3055
Y=2,3622	X ₃ =2,1898=-3,156
Y=0,7123	X ₃ =3,0148=-3,981

3). X₂=0

$$\hat{Y}_3 = 3,6246 - 0,2114 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2114}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(3,6246 - \frac{(-0,2114)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,3249 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 2,9348)}$$

Y=0,4213	X ₃ =2,8299=-3,4797
Y=0,3139	X ₃ =2,8818=-3,5316
Y=3,6122	X ₃ =0,0541=-0,704
Y=2,3622	X ₃ =1,6668=-2,3166
Y=0,7123	X ₃ =2,6848=-3,3346

4). X₂=+1

$$\hat{Y}_3 = 3,6246 - 0,8454 - 0,2114 \cdot X_3 + 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,9258 - 0,1085 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1085}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(2,9258 - \frac{(-0,1085)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,1668 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 2,9348)}$$

Y=0,4213	X ₃ =2,613=-2,9465
Y=0,3139	X ₃ =2,6717=-3,0053
Y=3,6122	X ₃ =
Y=2,3622	X ₃ =1,1527=-1,4862
Y=0,7123	X ₃ =2,4471=-2,7806

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_3 = 3,6246 - 1,4203 - 0,2114 \cdot X_3 + 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,6181 - 0,0385 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0385}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(2,6181 - \frac{(-0,0385)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,1668 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 2,9348)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=2,5402=-2,6585$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=2,6029=-2,7213$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=0,8188=-0,9371$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=2,362=-2,4804$$

IV. $X_1=+1$

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 - 0,003 \cdot X_1 - 0,4929 \cdot X_2 - 0,062 \cdot X_3 + 0,2098 \cdot X_2 + 0,0889 X_3 +$$

$$+ 0,1029 \cdot X_2 X_3 + 0,8831 + 0,1466 \cdot X_2^2 - 0,3253 \cdot X_3^2.$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_3 = 2,0072 + 0,4756 + 0,0269 \cdot X_3 - 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,8966 - 0,146 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,146}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(2,8966 - \frac{(-0,146)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,2244 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 2,913)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=2,5432=-2,992$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=2,6022=-3,051$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=1,0693=-1,5182$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=2,3766=-2,8254$$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_3 = 2,0072 + 0,2831 + 0,0269 \cdot X_3 - 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,4369 - 0,076 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,076}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(2,8966 - \frac{(-0,076)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,1168 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 2,4413)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=2,3751=-2,6088$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=2,4405=-2,6741$$

$Y=3,6122$	$X_3=$
$Y=2,3622$	$X_3=0,3564=-0,59$
$Y=0,7123$	$X_3=2,1887=-2,4223$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_3 = 2,0072 + 0,0269 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0269}{2 \cdot 0,3253} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(2,0072 - \frac{(-0,0269)^2}{4(-0,3253)} \right) \right]} = 0,0413 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 2,0726)}$$

$Y=0,4213$	$X_3=2,2944=-2,2117$
$Y=0,3139$	$X_3=2,3665=-2,2838$
$Y=3,6122$	$X_3=$
$Y=2,3622$	$X_3=$
$Y=0,7123$	$X_3=2,0862=-2,0035$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_3 = 2,0072 - 0,2831 + 0,0269 \cdot X_3 + 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,8707 + 0,1298 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1298}{2 \cdot 0,3253} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(1,8707 - \frac{(-0,1298)^2}{4(-0,3253)} \right) \right]} = 0,1995 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 1,8836)}$$

$Y=0,4213$	$X_3=2,3197=-1,9207$
$Y=0,3139$	$X_3=2,3962=-0,9972$
$Y=3,6122$	$X_3=$
$Y=2,3622$	$X_3=$
$Y=0,7123$	$X_3=2,0971=-1,6981$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_3 = 2,0072 - 0,4756 + 0,0269 \cdot X_3 + 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,9454 - 0,1998 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1998}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(1,9454 - \frac{(-0,1998)^2}{4(-0,3253)} \right) \right]} = -0,3071 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 1,9761)}$$

$Y=0,4213$	$X_3=2,4933=-1,8791$
$Y=0,3139$	$X_3=2,5676=-1,9534$
$Y=3,6122$	$X_3=$
$Y=2,3622$	$X_3=$
$Y=0,7123$	$X_3=2,2781=-1,6639$

V. $X_1=+1,68$

$$\hat{Y}_3 = 1,1271 - 0,005 \cdot X_1 - 0,4929 \cdot X_2 - 0,062 \cdot X_3 + 0,3525 \cdot X_2 + 0,1494 \cdot X_3 + 0,1029 \cdot X_2 X_3 + 2,4925 + 0,1466 \cdot X_2^2 - 0,3253 \cdot X_3^2.$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_3 = 3,6146 + 0,2359 - 0,087 \cdot X_3 - 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 4,2643 - 0,26 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,26}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(4,2643 - \frac{(-0,26)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,3996 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 4,3163)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=3,0606=-3,8599$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=3,108=-3,9073$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=1,0715=-1,8708$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=2,0473=-2,8466$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=2,9289=-3,7281$$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_3 = 3,6146 + 0,1404 - 0,087 \cdot X_3 - 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 = 3,9016 - 0,1903 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1903}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(3,9338 - \frac{(-0,1903)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,2925 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 3,9338)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=2,9935=-3,5785$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=3,0434=-3,6284$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=0,7018=-1,2868$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=1,9011=-2,4861$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=2,8544=-3,4394$$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_3 = 3,6146 - 0,087 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,087}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(3,6146 - \frac{(-0,087)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,1337 \pm \pm \sqrt{-3,0741(y - 3,6204)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=3,0023=-3,2697$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=3,0545=-3,3219$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=0,0252=-0,2927$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=1,828=-2,0955$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=2,8562=-3,1237$$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_3 = 3,6146 - 0,1404 - 0,087 \cdot X_3 + 0,1029 \cdot X_3 + 0,1466 - 0,3253 \cdot X_3^2 =$$

$$= 3,6208 - 0,0155 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0155}{2 \cdot (-0,3253)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(3,6208 - \frac{(-0,0155)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = -0,0238 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 3,621)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=3,1601=-3,1124$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=3,2123=-3,1646$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=0,1882=-0,1405$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=1,986=-1,9384$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=3,0141=-2,9664$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_3 = 3,6146 - 0,2359 - 0,087 \cdot X_3 + 0,1729 \cdot X_3 + 0,4138 - 0,3253 \cdot X_3^2 =$$

$$= 3,7925 + 0,0859 \cdot X_3 - 0,3253 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0859}{2 \cdot 0,3253} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,3253)} \left[y - \left(3,7925 - \frac{(0,0859)^2}{4 \cdot (-0,3253)} \right) \right]} = 0,132 \pm$$

$$\pm \sqrt{-3,0741(y - 3,7982)}$$

$$Y=0,4213 \quad X_3=3,3540=-3,0899$$

$$Y=0,3139 \quad X_3=3,4048=-3,1407$$

$$Y=3,6122 \quad X_3=0,8881=-0,6241$$

$$Y=2,3622 \quad X_3=2,2284=-1,9644$$

$$Y=0,7123 \quad X_3=3,212=-2,9479$$

$$\hat{Y}_4 = 2,284 - 0,0709 \cdot X_1 + 0,3601 \cdot X_2 + 0,0662 \cdot X_3 + 0,125 \cdot X_1 X_2 + 0,075 \cdot X_1 X_3 +$$

$$+ 0,175 \cdot X_2 X_3 - 0,2279 \cdot X_1^2 + 0,0926 \cdot X_2^2 - 0,0484 \cdot X_3^2.$$

I. $X_1=0$

$$\hat{Y}_4 = 2,284 + 0,3601 \cdot X_2 + 0,0662 \cdot X_3 + 0,175 \cdot X_2 X_3 + 0,0926 \cdot X_2^2 - 0,0484 \cdot X_3^2.$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_4 = 2,284 - 0,605 + 0,0662 \cdot X_3 + 0,294 \cdot X_3 + 0,2614 \cdot -0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,9404 + 0,3602 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3602}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,9402 - \frac{(0,3602)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 3,7211 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,6106)}$$

Y=2,4809	X ₃ =5,3579=2,0843
Y=2,5485	X ₃ =4,8535=2,9003
Y=1,77	X ₃ =7,8885=-0,4463
Y=2,0364	X ₃ =7,1653=0,2768
Y=2,2588	X ₃ =6,417=1,0252

2). X₂=-1

$$\hat{Y}_4 = 2,284 - 0,3601 + 0,0662 \cdot X_3 + 0,175 \cdot X_3 + 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,0165 + 0,2412 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_4 = \frac{0,2412}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(2,0165 - \frac{(0,2412)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 2,4917 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,317)}$$

Y=2,4809	X ₃ =
Y=2,5485	X ₃ =
Y=1,77	X ₃ =5,8535=-0,8701
Y=2,3622	X ₃ =4,8996=0,0839
Y=2,2588	X ₃ =3,5883=1,3951

3). X₂=0

$$\hat{Y}_4 = 2,284 + 0,0662 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_4 = \frac{0,0662}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(2,284 - \frac{(0,0662)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 0,6839 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,3066)}$$

Y=2,4809	X ₃ =
Y=2,5485	X ₃ =
Y=1,77	X ₃ =4,0137=-2,6459
Y=2,0364	X ₃ =3,0468=-1,679
Y=2,2588	X ₃ =1,678=-0,3103

4). X₂=+1

$$\hat{Y}_4 = 2,284 + 0,3601 + 0,0662 \cdot X_3 - 0,175 \cdot X_3 + 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,7367 - 0,1088 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_4 = \frac{0,1088}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(2,7367 - \frac{(-0,1088)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = -1,124 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,7978)}$$

Y=2,4809	X ₃ =1,435=-3,683
Y=2,5485	X ₃ =1,458=-3,3937
Y=1,77	X ₃ =3,4843=-5,7323
Y=2,0364	X ₃ =2,8424=-5,0904

$$Y=2,2588$$

$$X_3=2,2133=-4,4612$$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_4 = 2,284 + 0,605 + 0,0662 \cdot X_3 - 0,294 \cdot X_3 + 0,1556 \cdot -0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 3,0446 - 0,2278 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2278}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(3,0446 - \frac{(-0,2278)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = -2,3533 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 3,3126)}$$

$$Y=2,4809 \quad X_3=1,7921=-6,4988$$

$$Y=2,5485 \quad X_3=1,6201=-6,3267$$

$$Y=1,77 \quad X_3=3,2923=-7,9989$$

$$Y=2,0364 \quad X_3=2,7817=-7,4883$$

$$Y=2,2588 \quad X_3=2,3129=-7,0195$$

II. $X_1=-1,68$

$$\hat{Y}_4 = 2,284 + 0,1191 + 0,3601 \cdot X_2 + 0,0662 \cdot X_3 - 0,21 \cdot X_2 - 0,126 \cdot X_3 -$$

$$- 0,175 \cdot X_2 X_3 - 0,6432 + 0,0926 \cdot X_2^2 - 0,0484 \cdot X_3^2.$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_4 = 1,7599 - 0,2522 - 0,0598 \cdot X_3 + 0,294 \cdot X_3 + 0,2614 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,7691 + 0,2342 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2342}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,7691 - \frac{(0,22342)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 2,4191 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,0521)}$$

$$Y=2,4809 \quad X_3=$$

$$Y=2,5485 \quad X_3=$$

$$Y=1,77 \quad X_3=4,835=0,0038$$

$$Y=2,0364 \quad X_3=2,99=1,8442$$

$$Y=2,2588 \quad X_3=$$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_4 = 1,7599 - 0,1501 - 0,0598 \cdot X_3 + 0,175 \cdot X_3 + 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,7024 + 0,1152 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1152}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,7691 - \frac{(0,1152)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 1,1901 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 1,7709)}$$

$$Y=2,4809 \quad X_3=$$

$Y=2,5485$	$X_3=$
$Y=1,77$	$X_3=1,3301=-1,0501$
$Y=2,0364$	$X_3=$
$Y=2,2588$	$X_3=$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_4 = 1,7599 - 0,0598 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0598}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,7599 - \frac{(-0,0598)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = -06178 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 1,7784)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=$
$Y=2,5485$	$X_3=$
$Y=1,77$	$X_3=-0,2019=-1,0337$
$Y=2,0364$	$X_3=$
$Y=2,2588$	$X_3=$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_4 = 1,7599 + 0,1501 - 0,0598 \cdot X_3 - 0,175 \cdot X_3 + 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,0026 - 0,2348 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2348}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,7691 - \frac{(0,2348)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 1,1901 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,0711)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=$
$Y=2,5485$	$X_3=$
$Y=1,77$	$X_3=-0,8438=-5,6951$
$Y=2,0364$	$X_3=-0,1485=-4,7027$
$Y=2,2588$	$X_3=-1,6573=3,1939$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_4 = 1,7599 + 0,2522 - 0,0598 \cdot X_3 - 0,294 \cdot X_3 + 0,2614 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,2735 - 0,3538 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3538}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(2,2735 - \frac{(-0,3538)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = -3,655 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,9201)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=-0,6427=-6,6672$
$Y=2,5485$	$X_3=-0,8442=-6,4257$
$Y=1,77$	$X_3=1,2196=-8,5295$
$Y=2,0364$	$X_3=0,6179=-7,9275$
$Y=2,2588$	$X_3=0,0413=-7,3512$

III. $X_1=-1$

$$\hat{Y}_4 = 2,284 + 0,0709 + 0,3601 \cdot X_2 + 0,0662 \cdot X_3 - 0,125 \cdot X_2 - 0,075 \cdot X_3 - 0,175 \cdot X_2 X_3 - 0,2279 + 0,0926 \cdot X_2^2 - 0,0484 \cdot X_3^2.$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_4 = 2,1314 + 0,3951 - 0,0088 \cdot X_3 + 0,294 \cdot X_3 + 0,2614 - 0,0484 \cdot X_3^2 = 1,9978 + 0,2852 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,2852}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,9978 - \frac{(0,2852)^2}{4(-0,0484)} \right) \right]} = 2,9463 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,4149)}$$

$$Y=2,4809$$

$$X_3=$$

$$Y=2,5485$$

$$X_3=$$

$$Y=1,77$$

$$X_3=6,6051=-0,7126$$

$$Y=2,0364$$

$$X_3=5,754=0,1386$$

$$Y=2,2588$$

$$X_3=4,7596=1,133$$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_4 = 2,1314 - 0,2351 - 0,0088 \cdot X_3 + 0,175 \cdot X_3 + 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 = 1,9889 + 0,1662 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1662}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,9889 - \frac{(0,1662)^2}{4(-0,0484)} \right) \right]} = 1,7169 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,116)}$$

$$Y=2,4809$$

$$X_3=$$

$$Y=2,5485$$

$$X_3=$$

$$Y=1,77$$

$$X_3=4,4502=-1,0163$$

$$Y=2,0364$$

$$X_3=3,1193=0,3146$$

$$Y=2,2588$$

$$X_3=$$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_4 = 2,1314 - 0,0088 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0088}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(2,1314 - \frac{(-0,0088)^2}{4(-0,0484)} \right) \right]} = -0,0909 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,1318)}$$

$$Y=2,4809$$

$$X_3=$$

$$Y=2,5485$$

$$X_3=$$

$$Y=1,77$$

$$X_3=2,6432=-2,825$$

$$Y=2,0364$$

$$X_3=1,313=-1,4949$$

$$Y=2,2588 \quad X_3=$$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_4 = 2,1314 + 0,2351 - 0,0088 \cdot X_3 - 0,175 \cdot X_3 + 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,4591 - 0,1838 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1838}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(2,4591 - \frac{(-0,1838)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 1,8988 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,6336)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=-0,1226=-3,675$
$Y=2,5485$	$X_3=-0,5728=-3,2247$
$Y=1,77$	$X_3=2,3253=-6,1228$
$Y=2,0364$	$X_3=1,6139=-5,4114$
$Y=2,2588$	$X_3=0,884=-4,6815$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_4 = 2,1314 + 0,395 - 0,0088 \cdot X_3 - 0,294 \cdot X_3 + 0,2614 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,7878 - 0,3082 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3082}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(2,7878 - \frac{(-0,3082)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = -3,1839 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 3,2784)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=0,8754=-7,2432$
$Y=2,5485$	$X_3=0,6996=-7,0674$
$Y=1,77$	$X_3=2,3988=-8,7665$
$Y=2,0364$	$X_3=1,8819=-8,2496$
$Y=2,2588$	$X_3=1,406=-7,7758$

IV. $X_1=+1$

$$\hat{Y}_4 = 2,284 - 0,0709 + 0,3601 \cdot X_2 + 0,0662 \cdot X_3 + 0,125 \cdot X_2 + 0,075 \cdot X_3 -$$

$$- 0,175 \cdot X_2 X_3 - 0,2279 + 0,0926 \cdot X_2^2 - 0,0484 \cdot X_3^2.$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_4 = 2,1314 + 0,815 + 0,1412 \cdot X_3 + 0,294 \cdot X_3 + 0,2614 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,4316 + 0,4331 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,4331}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,4316 - \frac{(0,4331)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 4,4742 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,402)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=$
------------	--------

$Y=2,5485$	$X_3=$
$Y=1,77$	$X_3=8,0877=0,8607$
$Y=2,0364$	$X_3=7,2225=1,7258$
$Y=2,2588$	$X_3=6,1941=-2,7541$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_4 = 1,9852 - 0,4851 + 0,1412 \cdot X_3 + 0,175 \cdot X_3 + 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,5927 + 0,3162 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3162}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,5927 - \frac{(0,3162)^2}{4(-0,0484)} \right) \right]} = 3,2665 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,1091)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=$
$Y=2,5485$	$X_3=$
$Y=1,77$	$X_3=5,9136=-0,6195$
$Y=2,0364$	$X_3=4,4924=2,0406$
$Y=2,2588$	$X_3=$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_4 = 1,9852 + 0,1412 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1412}{2 \cdot 0,0484} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,9852 - \frac{(0,1412)^2}{4(-0,0484)} \right) \right]} = 1,4587 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,0882)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=$
$Y=2,5485$	$X_3=$
$Y=1,77$	$X_3=4,0227=-1,1053$
$Y=2,0364$	$X_3=2,493=0,4243$
$Y=2,2588$	$X_3=$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_4 = 1,9852 + 0,4851 + 0,1412 \cdot X_3 - 0,175 \cdot X_3 + 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 2,5627 - 0,0338 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0338}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(2,5627 - \frac{(-0,0338)^2}{4(-0,0484)} \right) \right]} = 0,3492 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,5686)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=0,999=-1,6953$
$Y=2,5485$	$X_3=0,2953=-0,9936$
$Y=1,77$	$X_3=3,7128=-4,4112$
$Y=2,0364$	$X_3=-2,9668=-3,6652$
$Y=2,2588$	$X_3=-2,1808=-2,8792$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_4 = 1,9852 + 0,815 + 0,1412 \cdot X_3 - 0,294 \cdot X_3 + 0,2614 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 3,0616 - 0,1528 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1528}{2 \cdot (-0,0484)} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(3,0616 - \frac{(-0,1528)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 1,5785 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 3,1822)}$$

$$Y=2,4809$$

$$X_3=2,228=-5,385$$

$$Y=2,5485$$

$$X_3=2,0399=-5,1969$$

$$Y=1,77$$

$$X_3=3,8231=-6,9801$$

$$Y=2,0364$$

$$X_3=3,287=-6,4441$$

$$Y=2,2588$$

$$X_3=2,7894=-5,9464$$

V. $X_1=+1,68$

$$\hat{Y}_4 = 2,284 - 0,1191 + 0,3601 \cdot X_2 + 0,0662 \cdot X_3 + 0,21 \cdot X_2 + 0,126 \cdot X_3 -$$

$$- 0,175 \cdot X_2 X_3 - 0,6432 + 0,0926 \cdot X_2^2 - 0,0484 \cdot X_3^2.$$

1). $X_2=-1,68$

$$\hat{Y}_4 = 1,5217 - 0,9578 + 0,1922 \cdot X_3 + 0,294 \cdot X_3 - 0,2614 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 0,7025 + 0,4862 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1528}{2 \cdot 0,4862} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(0,7025 - \frac{(0,4862)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 5,0227 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 1,9235)}$$

$$Y=2,4809$$

$$X_3=$$

$$Y=2,5485$$

$$X_3=$$

$$Y=1,77$$

$$X_3=6,8037=3,2417$$

$$Y=2,0364$$

$$X_3=$$

$$Y=2,2588$$

$$X_3=$$

2). $X_2=-1$

$$\hat{Y}_4 = 1,5217 - 0,5701 + 0,1922 \cdot X_3 + 0,175 \cdot X_3 - 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,259 + 0,3672 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,3672}{2 \cdot 0,4862} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,259 - \frac{(0,3672)^2}{4 \cdot (-0,0484)} \right) \right]} = 3,7934 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 1,9235)}$$

$$Y=2,4809$$

$$X_3=$$

$$Y=2,5485$$

$$X_3=$$

$Y=1,77$	$X_3=5,7509=1,8359$
$Y=2,0364$	$X_3=$
$Y=2,2588$	$X_3=$

3). $X_2=0$

$$\hat{Y}_4 = 1,5217 + 0,1922 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,1922}{2 \cdot 0,4862} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,259 - \frac{(0,1922)^2}{4(-0,0484)} \right) \right]} = 2,9227 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 1,8125)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=$
$Y=2,5485$	$X_3=$
$Y=1,77$	$X_3=2,9227=1,0484$
$Y=2,0364$	$X_3=$
$Y=2,2588$	$X_3=$

4). $X_2=+1$

$$\hat{Y}_4 = 1,5217 + 0,5701 + 0,1922 \cdot X_3 - 0,175 \cdot X_3 - 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,9992 + 0,0172 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0172}{2 \cdot 0,4862} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,9992 - \frac{(0,0172)^2}{4(-0,0484)} \right) \right]} = 0,1777 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,0007)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=$
$Y=2,5485$	$X_3=$
$Y=1,77$	$X_3=2,3611=-2,0057$
$Y=2,0364$	$X_3=$
$Y=2,2588$	$X_3=$

5). $X_2=+1,68$

$$\hat{Y}_4 = 1,5217 + 0,5701 + 0,1922 \cdot X_3 - 0,175 \cdot X_3 - 0,0926 - 0,0484 \cdot X_3^2 =$$

$$= 1,9992 + 0,0172 \cdot X_3 - 0,0484 \cdot X_3^2$$

$$X_3 = \frac{0,0172}{2 \cdot 0,4862} \pm \sqrt{\frac{1}{(-0,0484)} \left[y - \left(1,9992 - \frac{(0,0172)^2}{4(-0,0484)} \right) \right]} = -1,1777 \pm$$

$$\pm \sqrt{-20,6612(y - 2,554)}$$

$Y=2,4809$	$X_3=$
$Y=2,5485$	$X_3=$
$Y=1,77$	$X_3=1,3611=-3,014$
$Y=2,0364$	$X_3=$
$Y=2,2588$	$X_3=$

Показан оценочный критерий Y_{1-4} в факторном пространстве следующих параметров: X_1 , X_2 , и X_3 .

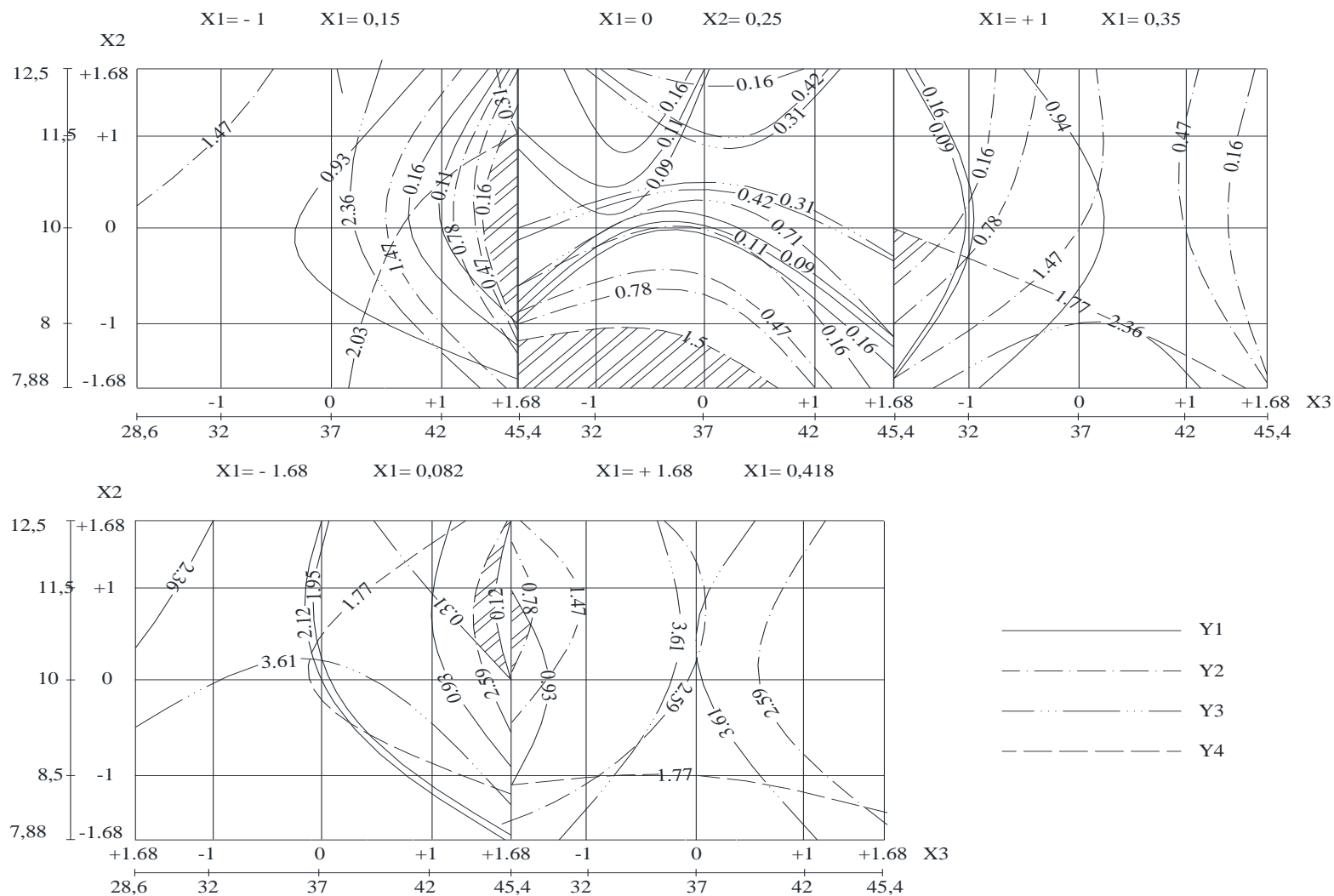


Рисунок —. 14 Регулировочная диаграмма процесса реагентной обработки сточных вод, содержащие ионы Cu^{2+} , Ni^{2+} , Zn^{2+} по остаточной концентрации этих металлов и объему образующегося осадка

Оптимизация позволила получить диаграммы, с помощью которых можно регулировать процесс реагентного обезвреживания данных стоков с учетом технико-экономических показателей (Рисунок 14). На представленных диаграммах для регулировочного процесса очистки видно, что оптимальная доза реагента Amersep MP7 для данных стоков составляет 0,25 мг/дм³, в этом случае обезвреживание проходит в широком диапазоне и по температуре и по регулированию величины pH. При уменьшении дозы реагента требуется более высокий температурный режим для обезвреживания, а при увеличении дозы реагента процесс должен проходить в более щелочной среде, и при низких температурах.

Из диаграмм также видно (Рисунок 14), что минимальный объем осадка при применении небольших доз реагента Amersep MP7 образуется при величине pH от 8,0 до 11,0, а при увеличении дозы реагента требуется увеличение температурного режима.

4. Технологическая схема очистки сточных вод с использованием реагента AMERSEP MP7

Данные экспериментальных исследований были использованы для разработки проекта по реконструкции очистных сооружений с применением предлагаемого реагента Amersep MP7. Проведен технологический расчет. Технологическая схема реагентной обработки медьсодержащих сточных вод с использованием нового реагента Amersep MP7 приведена на рисунке 15.

Технологическая схема очистных сооружений, представленная на рисунке 3.1 включает: 1-усреднитель; 2- воздуходувка; 3-установка приготовления и дозирования кислоты; 4- установка приготовления и дозирования реагента Amersep MP7 и гидроокиси кальция; 5-вертикальный отстойник с тонкослойными модулями; 6- скорый фильтр с загрузкой гранодиоритовым песком; 7 – скорый фильтр с загрузкой активированным углем; 8- резервуар чистой воды; 9- шламоуплотнитель; 10 – центрифуга; 11- шнековый насос; 12- установка приготовления и дозирования флокулянта; 13,14,15 – насосы; 16- бункер осадка; 17- резервуар фугата.

Сточные воды поступают в усреднитель (1), где происходит усреднение стоков как по концентрации, так и по расходу, затем с помощью насосов (14) подаются в камеры хлопьеобразования, встроенные в вертикальный отстойник, оборудованный тонкослойными модулями (5), предварительно добавляется реагент AMERSEP MP7 и гидроксид кальция (4). Доочистка воды осуществляется на скорых фильтрах с загрузкой гранодиоритовым песком (6) и сорбционных фильтрах загруженных активированным углем (7). Промывка производится 2 раза в неделю. Очищенная вода поступает в резервуар чистой воды (8).

Осадок из вертикального отстойника (5) подается в шламоуплотнитель (9), где он может находиться до 5 суток, а затем насосом (14) перекачивается для обезвоживания на центрифугу (10), после чего шнековым насосом (11) подается в бункер сбора осадка (16). Фугат, образовавшийся в центрифуге (10),

поступает в резервуар фугата (17), а затем насосом (14) подается в голову сооружения. Загрязненная вода, после промывки фильтров, подается в голову сооружения.

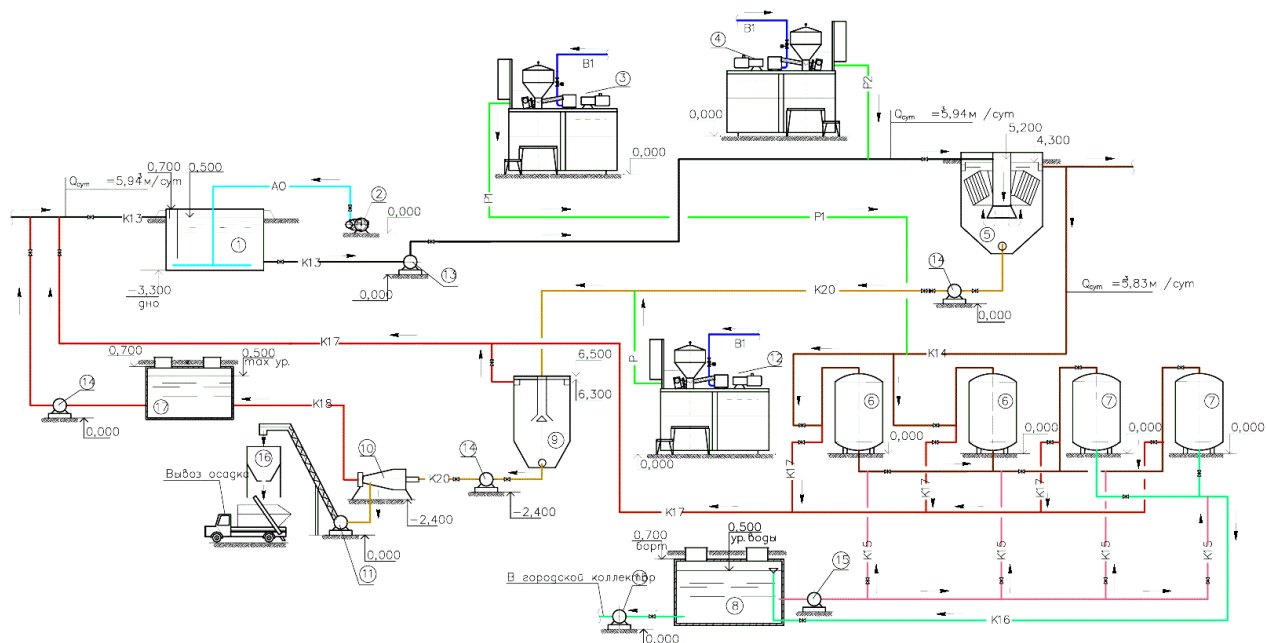


Рисунок 15 — Технологическая схема

5. Технико-экономическое обоснование для выбора рационального метода очистки медьсодержащих сточных вод

5.1 Расчет капитальных вложений

Были определены капитальные вложения необходимые для осуществления проектов, включающие следующие затраты:

- проведение строительных работ;
- проведение монтажных работ;
- стоимость оборудования;
- стоимость материалов;
- средства на оплату труда;
- временные здания и сооружения;
- непредвиденные работы и затраты.

Итого капитальные вложения составили:

- 4873 тыс. руб.

5.2 Расчет годовых эксплуатационных затрат

Годовые эксплуатационные затраты, связанные с функционированием системы очистки медьсодержащих сточных вод, представляют собой текущие издержки предприятия и складываются по отдельным элементам годовых затрат. Определяются по формуле:

$$\mathcal{E} = \mathcal{Z}_{з/пл} + \mathcal{Z}_p + \mathcal{Z}_{эл} + \mathcal{Z}_{тр} + \mathcal{Z}_{пр} + \mathcal{Z}_{ам}, \quad (98)$$

где $\mathcal{Z}_{з/пл}$ – заработная плата обслуживающего персонала с отчислениями на социальное страхование, тыс. руб.;

\mathcal{Z}_p – стоимость реагентов и других строительных материалов, тыс. руб.;

$\mathcal{Z}_{эл}$ – стоимость электроэнергии, тыс. руб.;

$\mathcal{Z}_{тр}$ – затраты на текущий ремонт, тыс. руб.;

$\mathcal{Z}_{пр}$ – прочие затраты, тыс. руб.;

$\mathcal{Z}_{ам}$ – амортизационные отчисления, тыс. руб.

Расходы на заработную плату обслуживающего персонала определяются умножением численности обслуживающего персонала на показатель среднегодовой заработной платы, рассчитанной на одного работающего соответствующей категории с учетом районного коэффициента.

Среднегодовая заработная плата обслуживающего персонала принимается по данным заказчика (7800 руб./мес.).

Доплату за работу в ночное время, праздничные и выходные дни, премиальные вознаграждения принимаются в размере 35% от заработной платы.

Налоговые отчисления в государственные внебюджетные фонды от фонда заработной платы составляют 36,5%.

При численности обслуживающего персонала очистных сооружений 5 человек годовой фонд оплаты труда с учетом всех социальных отчислений составит:

$$\mathcal{Z}_{з/пл} = 12 \cdot \mathcal{Z}_{мс} \cdot K_c \cdot Ч \quad (99)$$

где 12 – количество месяцев в году, мес.;

$\mathcal{Z}_{мс}$ – месячный размер заработной платы, тыс.руб.;

K_c – коэффициент, учитывающий отчисления от суммы заработной платы единого социального налога в государственные внебюджетные фонды, 1,365;

$Ч$ – численность обслуживающего персонала системы канализации.

$$\mathcal{Z}_{з/пл} = 12 \cdot 7,8 \cdot 1,365 \cdot 5 \cdot 1,35 = 862,41 \text{ тыс.руб / год}$$

Потребляемая мощность оборудования представлена в таблице 14.

Установленная мощность

$$N = \frac{P \cdot K_0 \cdot N}{\cos \phi} \quad (100)$$

где P – коэффициент, учитывающий трансформаторный резерв, 1,5;

K_0 – коэффициент, учитывающий электроосветительную нагрузку, $K_0 = 1,05$;

N – мощность всех рабочих электроприемников;

$\cos \phi$ – коэффициент мощности электродвигателя, $\cos \phi = 0,9$.

$$N = \frac{1,5 \cdot 1,05 \cdot 71,7}{0,9} = 125,5 \text{ кВт}.$$

Так как $N_1 < 750$ кВт, то расчет ведем по одноставочному тарифу.

Таблица 14. - Потребляемая мощность оборудования очистных сооружений.

№ п/п	Наименование оборудования	Мощность, кВт	Кол-во рабочих агрегатов (шт.)	Общая сумма, кВт
1	2	3	6	7
1	Воздуходувка ВК-0,75	3,7	-	-
2	Воздуходувка ВК - 1,5	5,5	1	5,5
3	Центрифуга ОГШ-350	40	1	40
4	Насос ВК 1/16	1,2	3	3,6
5	Насос ВК 2/26	4,6	1	4,6
6	Насос ВК 4/28	7,2	2	14,4
7	Установка приготовления раствора	1,2	3	3,6
8	Насос-дозатор коагулянта НД 100/10	1,6	-	-
9	Насос-дозатор щелочи НД 100/16	1,6	-	-
	ИТОГО			71,7

Годовой расход потребляемой электроэнергии

$$C_{эл/эн} = \sum W \cdot T / 10^5, \quad (101)$$

где $\sum W$ – количество активной электроэнергии;

$T = 260 \cdot 16$ – число часов работы насоса в течение года.

$$\Sigma W = N \cdot 260 \cdot 16 \text{ кВт} \cdot \text{ч} / \text{год} \quad (102)$$

$$\Sigma W = 125,5 \cdot 260 \cdot 16 = 522,080 \text{ тыс. кВт} \cdot \text{ч} / \text{год} .$$

$$З_{\text{эл/эн}} = \Sigma W \cdot T_1 , \quad (103)$$

где $T_1 = 1,28 \text{ руб}$ – тариф на электроэнергию одноставочный.

$$З_{\text{эл/эн}}^2 = 1,28 \cdot 522,080 = 668,26 \text{ тыс. руб} / \text{год}.$$

Стоимость воды на собственные нужды

Затраты на воду C_v , тыс. руб., определяется из расчетного годового расхода на собственные нужды и тарифов на воду:

$$C_v = Q_{\text{соб}} \cdot C_v / 1000 \quad (104)$$

где $C_v = 68,69 \text{ руб./м}^3$ – тариф на питьевую воду;

$Q_{\text{соб}}$ – расход воды на собственные нужды.

$$Q_{\text{соб}} = \frac{25 \cdot n \cdot 365}{1000} \quad (105)$$

где n_1 – число рабочих.

$$Q_{\text{соб}} = \frac{25 \cdot 5 \cdot 365}{1000} = 45,625 \text{ м}^3 / \text{ГОД}$$

Отсюда стоимость воды на собственные нужды будет составлять:

$$C_v = \frac{45,63 \cdot 63,9}{1000} = 2,92 \text{ тыс. руб} / \text{год}$$

Затраты на текущий ремонт принимаются в размере 1% от сметной стоимости сооружений

$$З_{м.р.} = 0,01 \cdot KB, \quad (106)$$

$$З_{м.р.} = 0,01 \cdot KB = 0,01 \cdot 4873 = 48,730 \text{ тыс.руб} / \text{год}.$$

Затраты на амортизацию

$$З_{ам} = 0,2 \cdot KB, \quad (107)$$

$$З_{ам} = 0,2 \cdot KB = 0,2 \cdot 4873 = 974 \text{ тыс.руб} / \text{год}.$$

Прочие затраты принимаются в размере 20% от суммы амортизационных отчислений и заработной платы обслуживающего персонала

$$З_{пр} = 0,2 \cdot (З_{з/пл} + З_{ам}), \quad (108)$$

$$З_{пр} = 0,2 \cdot (З_{з/пл} + З_{ам}) = 0,2 \cdot (862,41 + 974) = 367,28 \text{ тыс.руб} / \text{год}.$$

Учитываются затраты на химические реагенты и фильтрующие материалы, используемые при эксплуатации сооружений для очистки сточных вод. Расчет годовой потребности материала и реагентов определяется в технологической части проекта. Годовая потребность в реагентах определяется по формуле:

$$З = \frac{Q \cdot D_p \cdot T}{10^6} \text{ м/год}. \quad (109)$$

где D_p – расчетная доза реагента, г/м³.

Затраты на материалы определяются

$$C = З \cdot C_p, \text{ тыс. руб./т}. \quad (110)$$

где C_p – стоимость 1 тонны реагента, тыс.руб/т.

В таблице 15 приведены стоимости материалов и реагентов.

На основании вышеприведенных расчетов эксплуатационные затраты составляют:

$$З = 862,41 + 7,74 + 668,26 + 48,730 + 974 + 367,28 = 2928,42 \text{ тыс.руб};$$

Таблица 15 - Потребность в химических реагентах и материалах

Наименование	Количество, т/год	Стоимость 1т, тыс. руб.	Общие затраты тыс. руб./т
Гидроксид кальция	0,247	2,2	0,54
Реагент Amersep MP7	0,0046	480	2,21
Итого с учетом НДС			7,74

Экономическое обоснование инженерных мероприятий по охране водных ресурсов от загрязнений может быть связано с определением предотвращенного ущерба, который наносится окружающей среде попаданием загрязненных сточных вод в водоемы и почву. Экономический ущерб от загрязнения водных ресурсов можно выразить определенной суммой капитальных и текущих затрат, поэтому в качестве критерия оценки ущерба используют приведенные затраты. Приведенные затраты (Π_i), представляют собой сумму текущих (эксплуатационных) затрат ($З_{\text{экспл.}}$) и единовременных (капитальных) вложений (KB), сведенных к одинаковой годовой закономерности в соответствии с установленным нормативным коэффициентом эффективности (E).

5.3 Расчет приведенных затрат

$$\Pi_i = З_{\text{экспл.}} + KB \cdot E, \quad (111)$$

где $E = 0,18$ – абсолютный показатель экономической эффективности капитальных вложений.

$$\Pi = 0,18 \cdot 4873 + 2928,42 = 3805,56 \text{ тыс.руб.}$$

5.4 Себестоимость очистки 1 м^3 воды

$$C = \frac{З}{Q_{\text{год}}} = \frac{2928,42}{24710,4} = 0,11 \text{ тыс.руб.} / \text{м}^3 = 110 \text{ руб.} / \text{м}^3; \quad (112)$$

5.5 Эффективность инвестиций

Сравнение вариантов технических решений, отличающихся друг от друга размером инвестиционных вложений и эксплуатационными расходами, производят при расчете модифицированной суммы приведенных строительно-эксплуатационных затрат

$$З_{\text{п}} = \sum_{i=0}^T \frac{K_i + З_i}{(1 + E)^i}, \quad (113)$$

где $З_i$ – сумма текущих затрат;

E – нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений ($E=0,18$ – норма дисконта, заемный капитал);

K_i – капитальные вложения;

T – период расчета=5 лет.

$$З_{\text{п}} = \frac{974 + 0,18 \cdot 4873}{1 + 0,18} + \frac{974 + 0,18(4873 - 974) + 2928,42}{(1 + 0,18)^2} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{974 + 0,18(4873 - 2 \cdot 974) + 2928,42}{(1 + 0,18)^3} + \frac{974 + 0,18(4873 - 3 \cdot 974) + 2928,42}{(1 + 0,18)^4} + \\
& + \frac{974 + 0,18(4873 - 4 \cdot 974) + 2928,42}{(1 + 0,18)^5} + \frac{974 + 0,18(4873 - 5 \cdot 974) + 2928,42}{(1 + 0,18)^6} = \\
& = 13013,4 \text{ тыс.руб};
\end{aligned}$$

Таблица 16 – Техничко-экономические показатели

Техничко - экономические показатели		
Наименование показателей	Единицы измерения	количество
Производительность станции	тыс.м ³ /год	2168,1
Обслуживающий персонал	чел	5
Капитальные вложения	тыс. руб	4873
Эксплуатационные затраты	тыс. руб	2928,4
В том числе:		
Заработная плата	тыс. руб/год	862,4
Соимость элетроергии	тыс. руб/год	668,3
Стоимость воды на собственные нужды	тыс. руб/год	2,92
Амортизационные затраты	тыс. руб/год	974
Прочие затраты	тыс. руб/год	367,28
Стоимость реагентов	тыс. руб/год	2928,4
Затраты на текущий ремонт	тыс. руб/год	48,73
Себестоимость воды	тыс. руб	0,11
Срок окупаемости	год	более 5 лет

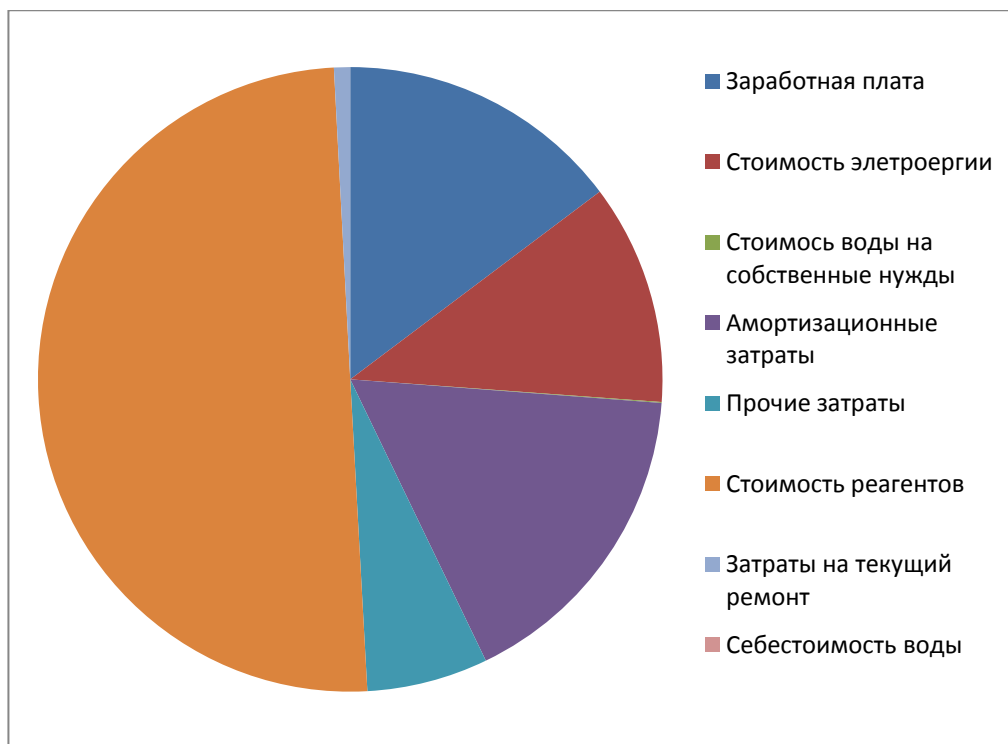


Рисунок 16 – Распределение эксплуатационных затрат по статьям расходов в процентном соотношении

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Анализ литературных источников и патентной документации показал, что на большинстве действующих металлообрабатывающих предприятий наиболее популярные методы по обезвреживанию сточных вод на сегодняшний день-это реагентный метод. Данный метод имеет ряд преимуществ перед другими методами.

2. Предложены новые современные, высокоэффективные реагент AMER-SEP MP7. Определены оптимальные условия проведения реагентного обезвреживания сточных вод, содержащих ионы тяжелых металлов.

3. Разработана современная схема по обезвреживанию сточных вод, содержащих ионы Cu^{2+} , Zn^{2+} и Ni^{2+} с применением новых реагентов, что позволит очищенные стоки использовать в оборотном водоснабжении и значительно снизить расходы по очистке сточных вод.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Яковлев, С.В. Рациональное использование водных ресурсов: Учеб. для вузов по спец. «Водоснабжение, канализация, рац. использ. и охрана водных ресурсов»/ С.В. Яковлев, [и др.]. – М.: Высш. шк., 1991. – 400 с.
2. Алексеев, Ю.В. Тяжелые металлы в почвах и растениях/ Ю.В.Алексеев. – М.: Агропромиздат. Ленингр. отделение, 1987. – 142 с.
3. Бек, Р.Ю. Воздействие гальванотехнических производств на окружающую среду и способы снижения наносимого ущерба: Аналитический обзор / Р.Ю Бек. АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т химии твердого тела и переработки минерального сырья; ГПНТБ. Новосибирск, 1991. – 96 с.
4. Аширов, А.А. Ионообменная очистка сточных вод, растворов и газов/ А.А. Аширов. – Л.: Химия, 1983. – 295 с.
5. Соколов, Э.М. Антропогенное загрязнение окружающей среды тяжелыми металлами/ Э.М.Соколов, В.М.Панарин, Е.М.Рылеева// Экология и промышленность России, ноябрь, 2008. – С. 4-6.
6. Стародубова, А.Т. Влияние хрома и других химических веществ на организм человека и животных / А.Т. Стародубова. – Алма-Ата, 1989. – 124 с.
7. Лазовский, Ф.А. Разработка и внедрение магнитогидродинамических флокуляторов для интенсификации процессов магнитно-фильтрационной очистки водных систем / Ф.А. Лазовский, П.П. Андреичев // Очистка природных и сточных вод: тез. док. Всесоюз. науч.-техн. совещ., Москва 1989г. – С. 68-70.
8. А.С. 1567245 СССР, МКИ4 C02F 1/46. Фильтрующая насадка для электромагнитных фильтров / И.С. Горелов, М.В. Кольцов, В.В. Котов, Г.Н. Данилова (СССР). – № 4451975 / заявл. 04.05.88; опубл. 30.05.90, Бюл.№ 20. – 4 с
9. А.С. 1175876 СССР, МКИ4 C02F 1/58. Способ получения реагента для очистки сточных вод/ И.А. Вайнштейн, Л.Д. Кленьшева, А.Б.Задорожная, В.Б. Ерошенко (СССР). – № 3685475; заявл. 02.01.84; опубл. 30.08.1985, Бюл. № 32. – 4 с
10. А.С. 1738759 СССР, МКИ5 C02F 1/58, 1/62. Способ получения реагента для очистки сточных вод / В.Л. Михайловский, В.В. Тихонов, Л.А. Гергалов и А.Н. Кушка (СССР). – №4878795/26; заявл. 31.10.90; опубл. 07.06.92, Бюл. № 21. – 8 с.
11. Проскуряков, В.А. Очистка сточных вод в химической промышленности / В.А.Проскуряков, Л.И. Шмидт. – Л.: Химия, 1977. – 464 с.
12. Кульский, Л.А. Теоретические основы и технология кондиционирования воды / Л.А. Кульский. – 3-е изд., доп. и перераб. – Киев: Наукова думка, 1980. – 564 с.
13. Горелов И.С. Новый способ очистки хромсодержащих сточных вод с использованием методов электрокоагуляции и ультрафильтрации / И.С. Горелов, Г.Н.Данилова, В.В.Котов, О.В.Галуско, Д.Б.Кустов // Сб. тр. института ГИПРОНИИАВИАПРОМ. – 1988. – Вып. 30.- С.51-58.

14. Эстрела-Льопис, В.Р. Критерий необратимой коагуляции в электрическом поле / В.Р. Эстрела-Льопис, С.С. Духин, О.В. Смирнов // Коллоид. ж., 1972. – Т.34. – №2. – С.306.
15. Пат. 2183589 RU, МПК7 C02F 1/461. Способ очистки сточных вод от хрома/ Быковский Н.А., Пучкова Л.Н., Шулаев Н.С., Абрамов В.Ф. и Рыскулов Р.Г.; заявитель и патентообладатель Уфимский гос. нефтяной технич. университет. – № 2000114532/12; заявл. 06.06.2000; опубл. 20.06.2002, Бюл. № . – 5 с.
16. Пат. 2340562 Российская Федерация, МПК7 C02F 1/463, C02F1/465. Способ очистки сточных вод электрохимическими методами/ В.Д.Назаров, М.В.Назаров; патентообладатель ГОУВПО «Уфимский гос. нефтяной технич. университет». – № 2006112380/15; заявл. 13.04.2006; опубл. 10.12.2008, Бюл. №.34. – 4 с.
17. Клячко, В.А., Апелцин И.Э. Очистка природных вод./ В.А. Клячко, И.Э Апелцин. М.: – Стройиздат, 1971. – 580 с.
18. Яковлев, С.В. Очистка производственных сточных вод: учеб. пособие для студентов ВУЗов, обучающихся по спец. «Водоснабжение и канализация» и «Очистка природных и сточных вод» / С.В.Яковлев [и др.]. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
19. Коваленко, Ю.А, Отлетов, В.В. Различия механизмов химического и электрохимического коагулирования / Ю.А. Коваленко, В.В. Отлетов// Химия и технология воды. – 1987. – 9. – №3. – С. 231-235.
20. Данилова, Г.Н. Технологические особенности получения высокоэффективного сорбента для очистки хромсодержащих сточных вод / Г.Н. Данилова // Сорбционные и хроматографические процессы. – 2001. – Т.1, вып.3. – С.830 – 833.
21. Бабенков, Е.Д. Электрокоагуляция с анодным растворением металлической стружки / Е.Д. Бабенков, Т.П. Лимонова, А.И Борисов // Труды ВНИИ ж.-д. транспорта. – М.: 1979. – с. 22-31
22. А.с. 814886 СССР МКИ3 C02F 1/66. Способ очистки сточных вод гальванических производств/ Ю.Я. Будиловский, С.Я. Рыскин, Я.Л. Макроцкий, М.И.Серебряный, Н.М.Палекайте и Г.И.Пилипионохене (СССР). – №2715546/29-26; заявл. 23.01.79; опубл. 23.01.81, Бюл. №11.
23. Грановский, М.Г. Электрообработка жидкостей/ М.Г.Грановский, И.С. Лавров, О.В. Смирнов. – Л.: Химия, 1976. – 216 с.
24. А.С.700466 СССР М.Кл.2 C02C 5/12. Электролизер/В.С.Журков, Е.Я.Сокол, А.И.Гладкий, М.П.Быков, В.Г.Сергеев(СССР). – №2556555/23-26, заявл. 20.12.77, опубл. 30.11.79, Бюл.№ 44. – 6с.
25. А.с. 1134549 СССР МКИ4 C02F 1/46. Электрокоагулятор для очистки сточных вод/ И.С.Горелов, В.А.Шапошник, К.М.Салдадзе и А.Д.Ситников (СССР). – №3569279/23-26; заявл. 24.12.82; опубл. 15.01.85, Бюл.№2. – 6 с.
26. Ионный обмен/ Под ред. Я. Маринского; Пер. с англ. Б.В. Москвичева, О.К. Стефановой и А.Б. Шейнина; под ред. С.М. Черноброва. – М.: Мир, 1968. – 568 с.

27. Гельферих, Ф. Иониты. Основы ионного обмена/Ф. Гельферих. – Пер. с нем. Ф.А.Беменской, Е.А.Матеровой и О.К.Стефановой; Под ред. С.М. Черноброва. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 490 с.
28. Воюцкий, С.С. Курс коллоидной химии / С.С. Воюцкий – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Химия, 1975. – 512с.
29. Ясминов, А.Я. Обработка воды обратным осмосом и ультрафильтрацией / А.Я. Ясминов [и др.]. – М.: Стройиздат, 1978. – 120 с.
30. Лейсли, Р.Е. Технологические процессы с применением мембран / Р.Е.Лейсли [и др.]; Пер. с англ. Л.А. Мазитова и Т.М. Мнацаканян. Под ред. Ю.А.Мазитова. – М.: Мир, 1976. – 370 с.
31. Ахназарова, С.Л. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1985. – 327 с.
32. Дытнерский, Ю.И. Баромембранные процессы. Теория и расчет/ Ю.И. Дытнерский. – М.: Химия, 1986. – 272 с.
33. Рябчиков, Б.Е. Современные методы подготовки воды для промышленного и бытового использования / Б.Е. Рябчиков. – М.: ДеЛи принт, 2004. – 328 с.
34. Дытнерский, Ю.И. Обратный осмос и ультрафильтрация/ Ю.И. Дытнерский. – М.: Химия, 1978. – 352 с.
35. Брык, М.Т. Ультрафильтрация/ М.Т.Брык, Е.А.Цапюк. – Киев : Наук. Думка, 1989. – 288 с.
36. Данилова, Г.Н. Лабораторная ультрафильтрационная установка для разделения дисперсных систем / Г.Н. Данилова, В.В. Котов, И.С. Горелов// Сорбционные и хроматограф. процессы. – Воронеж., 2006. – Т.6, вып. 4. – С.619-624.
37. Маслий, А.И. Технология извлечения ионов тяжелых металлов из промышленных сточных вод / А.И. Маслий, А.Г. Белобаба, Г.И. Пушкарева, С.А. Бобылева // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2004. № 6. – С. 98 – 103.
38. Димчев, Д. Оптимизация реагентного способа очистки хромосодержащих сточных вод / Д. Димчев, С.Мерлирский, Е.Божорова и др. // Гидротехника и мелиорация. – 1980. – № 6. – С. 11-14.
39. Афонский, С.С. Утилизация жидких концентратов хромосодержащих отходов гальванических производств/ С.С. Афонский, Е.С. Губская// Докл. IV Укр. респ. конф. по электрохимии (Харьков, декабрь 1984г.). – Киев.: Наук. думка, 1984. – С.11.
40. Basha C. Ahmed, Ramanathan K., Rajkumar R., Mahalakshmi M., Kumar P. Senthil. Management of chromium plating rinsewater using electrochemical ion exchange// Ind. and Eng. Chem. Res. – 2008. – 47. №7. – P.2279 – 2286.
41. Дытнерский, Ю.И./ Ю.И. Дытнерский //Хим. Промышленность, 1975. – №7. – С.503-507. 128

42. Святохина, В.П. Оценка эффективности удаления ионов тяжелых металлов из сточных вод в форме гидроксидов / В.П. Святохина [и др.] // Журнал прикл. химии. – 2003. – Т.76, вып. 2. – с. 330-332.
43. Справочник химика / Под ред. Б.П.Никольского. М.: Химия, 1964. – Т. 3. – 1005с.
44. Хайдук, Й. Полимерные координационные соединения / Й. Хайдук // Успехи химии. – 1961. – Т.30. - № 9. – С. 1124 – 1174.
45. Черкинский Ю.С. Химия полимерных неорганических вяжущих веществ / Ю.С. Черкинский. – М.: Химия, 1967. – 224 с.
46. Батлер, Дж. Ионные равновесия / Дж. Батлер. – Л.: Химия, 1973. – 446 с.
47. Лидин, Р.А. Справочник по неорганической химии: Константы неорганических веществ / Р.А. Лидин, Л.Л. Андреева, В.А. Молочко. – М.: Химия, 1987. – 320 с.
48. Назаренко, В.А. Гидролиз ионов металлов в разбавленных растворах / В.А. Назаренко, В.П. Антонович, Е.М. Невская. – М.: Атомиздат, 1979. – 192 с.
49. Повар, И.Г. Потенциометрическое определение произведения растворимости малорастворимых гидроксидов и кислот / И.Г.Повар // Журнал аналит. х. – 1998. – Т.53. – №12. – С.1286 – 1292.
50. Кумок, В.Н. Произведение растворимости / В.Н. Кумок, О.М. Кулешова, Л.А. Карабин. – Новосибирск: Наука, 1983. – 276 с.
- 51.Торунова, В.И. Извлечение ионов меди из промывных вод после сернокислого меднения / В.И. Торунова [и д.р.] // Экология и промышленность России, - 1999
- 52 Pat. 5.403.496. Process for stabilizing metals in AMERSEP / Mark Gerard. Kramer; Kathleen Ann Fix; Assignee: Drew Chemical Corporation, Boonton, N.J; date of Patent: 04.04.95.
- 53 Pat. US 5649895 A. Stabilization of heavy metals in ash / Kathleen Ann Fix, Mark Gerard Kramer; Ashland Inc. - US 08/601,484; date of Patent: 14.02.96; publ. 22.07.97. – 4 p.
- 54 Pat. US 5710361 A. In-situ treatment of waste stacks, soils or earth materials to immobilize metals contained therein / Joseph G. Harrington, Roger B. Humberger, Michael L. Orr, Charles H. Schwartz; J. R. Simplot Company. - US 08/772,174; date of Patent: 18.12.96; publ. 20.01.98. – 4 p.
- 55 Pat. US 6309338 B1. Method and plant for the treatment and stabilization of materials containing environmentally noxious constituents / Thomas Hojlund Christensen; Babcock & Wilcox Volund Aps. – US 09/242,928; date of Patent: 27.08.97; publ. 30.10.01.
- 56 Pat. US 6797195 B1. Method for recovering and separating metals from waste streams / Lawrence Kreisler; Lawrence Kreisler. - US 08/948,273; date of Patent: 09.10.97; publ. 28.09.04. - 9 p.
- 57 Ахметов Н.С. Общая и неорганическая химия / Н.С. Ахметов. – Москва: Академия, 2001. – 743 с.

58 Бондарь, А.Г. Планирование эксперимента при оптимизации процессов химической технологии: учебное пособие / А.Г. Бондарь, Г.А. Статюха, И.А. Потяженко. - Киев: Вища школа, 1980. – 264 с.

59. Кафаров, В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В.В Кафаров. – М.: Химия, издание второе, переработанное, 1971. – 496 стр.

60. Солдатенко, Л.В./ Введение в математическое моделирование строительно-технологических задач учебное пособие / Л.В. Солдатенко. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009. – 161 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ПАСПОРТ БЕЗОПАСНОСТИ (91/155/ЕЕС - 2001/58/ЕС)



1 **Идентификация химического реагента и компании / предприятия производителя**

Наименование товарного продукта: **AMERSEP MP7**

Назначение для использования: реагент для очистки сточных вод от тяжелых металлов

Производитель/Поставщик

Ashland Specialty Chemical Company
Drew Industry
Pesetastraat 5
2991 XT Barendrecht, Netherlands

Tel. No.: +31 (0) 10 497 5000
Fax: +31 (0) 10 497 5899

Номер телефона

для экстренного получения справки: +49 621 60-43333 (Германия) (круглосуточно)

Факс: +49 621 60-92664 (Германия) (круглосуточно)

Торговые представительства в Европе:

Ashland Austria GmbH / Europaring F11201 / A-2345 Brunn am Gebirge / ☎: +43 (0)1 86670 22080-1 / Telefax : +43 (0)1 86670 22082 **Ashland Belgium SA/NV** / Battelsesteenweg 455D / B-2800 Mechelen / ☎: +32 (0)15 286767 / Telefax : +32 (0)15 286777 **Drew Ameroid Deutschland GmbH** / Carl-Legien-Straße 44 / D-63073 Offenbach / ☎: +49 (0)69 98 94 490 / Fax +49 (0)69 89 89 28 **Ashland Danmark A/S** / Markaervej 13, 1 / DK-2630 Tastrup / ☎: +45 70 21 55 55 / Telefax : +45 70 21 55 05 **Ashland France S.A.S.** / 125 / 129 rue Casimir Perier/ 95870 Bezons / ☎: +33 (0)1 34 11 80 00 / Telefax : +33 (0)1 34 11 80 01 **Ashland Finland OY** / Lumikintie 6 / FIN-37830 Viiala / ☎: +358 (0)3 5413 500 / Telefax : +358 (0)3 5413 555 - TRN LY 0857674-1 **Ashland Italy S.p.A.** / Via G.Watt, 42 / 20143 Milano / ☎: +39 (0)2 89 14 011 / Telefax : +39 (0)2 89 122 717 **Ashland Nederland BV** / Triathlonstraat 33 / 3078 HX Rotterdam / ☎: +31 (0)10 479 01 44 / Telefax : +31 (0)10 479 71 26 **Ashland Sweden AB** / Marieholmsgatan 56, Box 78 / S-40121 Gothenburg / ☎: +46 (0)31 337 50 00 / Telefax : +46 (0)31 337 50 50 **Ashland UK Ltd.** / Alfreton Trading Estate / Somercotes DE55 4LR / ☎: +44 (0)1773 604 321 / Telefax : +44 (0) 1773 606 901 **Ashland Iberia S.A.** / Muelle Tomas de Olabbari, 4-3 / 48930 Las Arenas / ☎: +34 94 480 4646 / Telefax : +34 94 464 8861 **Ashland Química Portuguesa Lda.** / Rua Cova da Moura, 2-6° / 1399 - 033 Lisboa / ☎: +351 21 392 01 30 / Telefax : +351 21 392 01 89 **Ashland Poland Sp.z o.o.** / ul. Jutrenki 75 / 02-230 Warszawa / ☎: +48 58 3000 117 / Telefax : +48 58 3000 118

2 **Состав / Информация о компонентах**

Индивидуальное вещество или химический реагент
Химическая характеристика

Химический реагент
Слабо щелочной водный раствор, содержащий сульфит натрия

Наименование компонента	CAS №	Концентрация, масс	%	EC №	Классификация*
Полиэтиленгликоль натрия	128578-22-3	25-40		231 – 821 – 4	EINECS : 204-876-7 50/53

Замечание: * Значения предельно допустимых воздействий, определенные для производственного персонала, если такие имеются, приводятся в Разделе 8.

3 **Идентификация опасного воздействия**

Химический реагент не является опасным, согласно классификации по Директиве 1999/45/ЕС и поправкам к ней.

Классификация Данный товарный продукт никак не классифицируется согласно правилам и нормам законодательства Европейского Союза.

Замечание: См. Раздел 11 для получения более детальной информации о воздействии на здоровье человека и симптомах.

AMERSEP MP7

4 Меры по оказанию первой помощи пострадавшим

Вдыхание: В случае вдыхания некоторого количества реагента требуется вывести пострадавшего на свежий воздух. Если у пострадавшего затруднено дыхание, требуется кислородная маска. Необходимо обратиться за медицинской помощью.

Проглатывание: Не вызывайте рвоту у пострадавшего, такие мероприятия должны проводить квалифицированные медицинские работники. Дайте выпить пострадавшему несколько стаканов воды. Если пострадавший проглотил большое количество химического реагента, следует незамедлительно обратиться за медицинской помощью.

Контакт с кожей: Участок кожи, на который попал реагент, следует промывать водой с мылом.

Необходимо снять испачканную одежду и обувь. Пораженный участок кожи требуется смазать смягчающим кремом или мазью. Если раздражение кожи не проходит, то следует обратиться за медицинской помощью. Надлежит проводить стирку спецодежды и чистку спецобуви перед каждым их повторным использованием.

Контакт с глазами: Перед началом работы с реагентом следует удостовериться, что у занятого персонала отсутствуют контактные линзы. В случае контакта реагента с глазами, следует промывать их большим количеством воды, по меньшей мере, в течение 15 минут. Для этого можно использовать питьевую воду из системы ХВС. Потом следует обратиться за медицинской помощью.

Замечание: См. Раздел 11 для получения более детальной информации о воздействии на здоровье человека и симптомах.

5. Меры по ликвидации пожара

Средства ликвидации пожара: Надлежит использовать средства ликвидации пожара пригодные для тушения
окружающего возгорания.

Специальные меры

предосторожности: Тушение пожара не представляет специфической опасности.

Опасные продукты

термического разложения:	Оксиды серы (SO ₂ , SO ₃ и т.д.), оксиды некоторых металлов.
Защитное снаряжение:	Пожарные должны быть оснащены автономными дыхательными аппаратами, изолирующего типа, и иметь полный комплект средств ликвидации пожара.

6 Меры по устранению случайного выброса

Меры предосторожности удалить	Следует незамедлительно обратиться в аварийную службу. Требуется
для персонала:	из помещения, в котором произошел выброс, посторонних и незадействованный персонал. Использовать подходящие средства индивидуальной защиты (Раздел 8).
Меры предосторожности для защиты окружающей среды:	Необходимо избегать диспергирования пролившегося реагента. Не допускать выноса пролившегося реагента из помещения, его контакта с почвой и грунтовыми водами, а также попадания реагента в дренажную систему и канализацию.
Способы уборки:	Если не возможно выполнить уборку пролившегося реагента силами специальной аварийной службы, то, в случае устранения разлива небольшого количества реагента следует использовать абсорбирующий материал (при отсутствии подходящих абсорбирующих материалов можно использовать земляной грунт). Затем, использованный абсорбирующий материал следует тщательно собрать и поместить в подходящую влагонепроницаемую емкость, для последующей утилизации. Необходимо избегать образования пыли просыпавшегося реагента, а также его уноса ветром. В случае устранения значительного разлива, следует собирать пролившийся реагент, не допуская возможности его попадания в источники водоснабжения, стоки. Собранный реагент следует поместить в подходящую емкость, для последующей утилизации.

Замечание: См. раздел 11 для получения информации о защитном снаряжении и раздел 13 о способах утилизации отходов.

AMERSEP MP7

7 Обращение и хранение

Обращение:	После проведения работ с реагентом следует тщательно вымыть руки и провести стирку спецодежды.
Хранение:	Товарные емкости с реагентом следует хранить плотно закрытыми, в прохладном, хорошо проветриваемом помещении. Рекомендуемый температурный режим хранения: от 0 до 30°C.

Упаковочные материалы: Рекомендуется хранить реагент в оригинальных товарных емкостях.

8 Контроль внешнего воздействия / Средства и способы индивидуальной защиты

Значения предельно Не определены.

допустимых воздействий:

Контроль воздействий

Технические средства Следует использовать средства местной вытяжной вентиляции или другие тех-

контроля воздействия реагента: нические средства для удержания параметров возможного загрязнения воздуха рабочего помещения ниже рекомендуемых пределов для нормальной работы. Следует обеспечить изолированность душевых и умывальников от помещений, где производится работы с реагентом.

Рекомендации по гигиене: После проведения работ с реагентом и в конце рабочего дня, а также перед приемом пищи, курением или выходом в туалет, необходимо тщательно вымыть руки и лицо.

Средства защиты органов Используйте подходящие респираторы: Тип В (серый), Тип Е (желтый), Тип Р2 (белый).

Средства защиты рук: Используйте защитные перчатки. Рекомендуемые материалы перчаток: неопрен, бутил-каучук, ПВХ.

Средства защиты глаз: Плотно прилегающие закрытые очки или маска для работы с химическими реактивами.

Средства защиты кожных Спецодежда для работы в химической лаборатории.
покровов:

9 Физические и химические свойства

Физическое состояние: жидкость

Цвет: красно-оранжевый

Запах: слегка серный

рН: >10 (щелочной раствор)

Температура замерзания : 0°C

Температура кипения:	100 °C
Относительная плотность (вода =1):	1.05
Температура вспышки:	Данный показатель не применим.
Интенсивность испарения:	< 1 в сравнении с диэтиловым эфиром (=1)
Пределы образования взрывоопасной смеси:	Данный показатель не применим.
Давление паров:	Наибольшее из известных значений составляет 2.33 кПа (17.5 мм ртутного столба) при 20°C (Вода)
Растворимость в воде:	Реагент легко растворяется в холодной воде.

10

Химическая стабильность

Химическая стабильность:	Стабильный товарный продукт.
Внешние условия, которых необходимо избегать:	Не определены
Несовместимые материалы:	Реагент взаимодействует с веществами-окислителями, кислотами. При контакте реагента с кислотами выделяется токсичный газ, содержащий оксиды серы (SO ₂ , SO ₃ и т.д.).
Опасные продукты разложения:	Оксиды серы (SO ₂ , SO ₃ и т.д.), оксиды некоторых металлов.

AMERSEP MP7

11

Токсичность

Потенциальные пути острого воздействия на организм человека

Контакт с кожей:	Реагент умеренно опасен в случае контакта с кожей (раздражение).
Контакт с глазами:	Реагент опасен в случае контакта с глазами (раздражение).
Способность вызывать аллергические реакции:	Не определено.

Острое токсическое воздействие

Название компонентов	Тест	Результат	Способ введения	Объект
AMERSEP MP7		LD50	>5000 мг/кг Орально	Крыса

Потенциальные пути хронического воздействия на организм человека

Канцерогенное действие: Не выявлено.

Мутагенное действие: Не выявлено.

Действие оказывающее

влияние на развитие и

тератогенное действие:

Токсический эффект на

репродуктивную функцию: Не выявлен.

Признаки / симптомы отравления.

Вдыхание Реагент опасен в случае вдыхания. Отравление, вызванное вдыханием некоторого количества реагента, может вызывать раздражение дыхательных путей.

Проглатывание Реагент опасен в случае проглатывания.

Контакт с кожей Реагент умеренно опасен в случае контакта с кожей (вызывает раздражение). Воспаление и раздражение кожи, после контакта с реагентом, характеризуется зудом, шелушением, покраснением или образованием волдырей.

Контакт с глазами Реагент опасен в случае контакта с глазами (вызывает раздражение).

Прочие неблагоприятные

воздействия Не выявлены.

12

Воздействие на окружающую среду

Данные о токсичности компонентов реагента для окружающей среды.

Острое токсическое действие

Наименование компонентов	Объект	Период времени	Результат
Полиэтиленгликоль натрия	Рыба (LC50)	96 ч	от 220 до 460 мг/л
	Дафния (LC50)	48 ч	273 мг/л

Прочая экологическая информация

Стабильность/Способность к разложению под действием внешних факторов

Наименование компонентов	BOD ₅	COD	ThOD
Наименование компонентов	Период полураспада в воде.	Фотолиз	Разложение под действием микроорганизмов

AMERSEP MP7

Потенциал накопления в окружающей среде

Наименование компонентов	log P _w	BCF	Потенциал
натрия политиокарбамат	-	< 100	Низкий.

13

Рекомендации по утилизации

Способы утилизации отходов: возмож-	Требуется избегать накопления остатков реагента или, любым ным способом, минимизировать накопление этих остатков. Следует избегать диспергирования пролившегося товарного продукта, его уноса, а также контакта с почвой, поверхностны- ми водоемами, системами дренажа и канализации. Утилизация остатков товарного продукта, водных растворов содержащих товарный продукт и прочих сопутствующих отходов, в течение всего времени, должна проводиться в соответствие с требова- ниями по защите окружающей среды, правилами захоронения промышленных отходов, а также в соответствие со всеми мест- ными требованиями по утилизации отходов.
Код по Европейскому каталогу промышленных отходов:	16 05 07
Промышленные отходы представляющие опасность:	Да.
Дополнительная информация: или	16 05 07; отработанные химические реагенты состоящие из / содержащие опасные неорганические вещества.

Наземный транспорт - автомобиль/железная дорога

UN номер упаковки: Нет специальных правил.

Характеристическое

наименование для перевозки: -

ADR/RID класс: -

Группа упаковки III

Прочая информация: Комментарии

Не является опасным грузом, с точки зрения правил транспортировки. ADR (Европа)

Морской транспорт:

UN номер упаковки: Нет специальных правил.

Характеристическое

наименование для перевозки: -

IMDG класс: -

Прочая информация: Комментарии

Не является опасным грузом, с точки зрения правил транспортировки. IMDG.

Назначение продукта: Классификация и маркировка товарного продукта выполняются согласно

директивам Европейского Союза 67/548/ЕЕС, 1999/45/ЕС, включают поправки и целевое назначение для использования.

- Химический реагент для применения в промышленности.

Требования руководящих документов ЕС

Фразы R (риска): Данный товарный продукт никак не классифицируется в руководящих документах Европейского союза.

Дополнительная Паспорт безопасности товарного продукта предоставляется по

предупреждающая профессиональному запросу клиента.

информация:

Дополнительная информация Финляндия:

SIC(TOL) Код стандартной промышленной классификации: E 403.

КТ - Ожидаемое действие реагента: 44.

AMERSEP MP7

16

Прочая информация

Полный текст фраз R (риска)

для разделов 2 и 3:
кожи.

R 36/38/37 – Вызывает раздражение глаз, органов дыхания и

Полный текст классификации

для разделов 2 и 3:

N - Реагент, неоказывающий раздражающее действие.

История издания данного документа

Дата печати

1/2/2005

Дата официального издания

27/1/2005

Дата предыдущего издания

Проверка информации, содержащейся в данном документе, на соответствие ранее изданным документам не производилась.

Версия

3.25

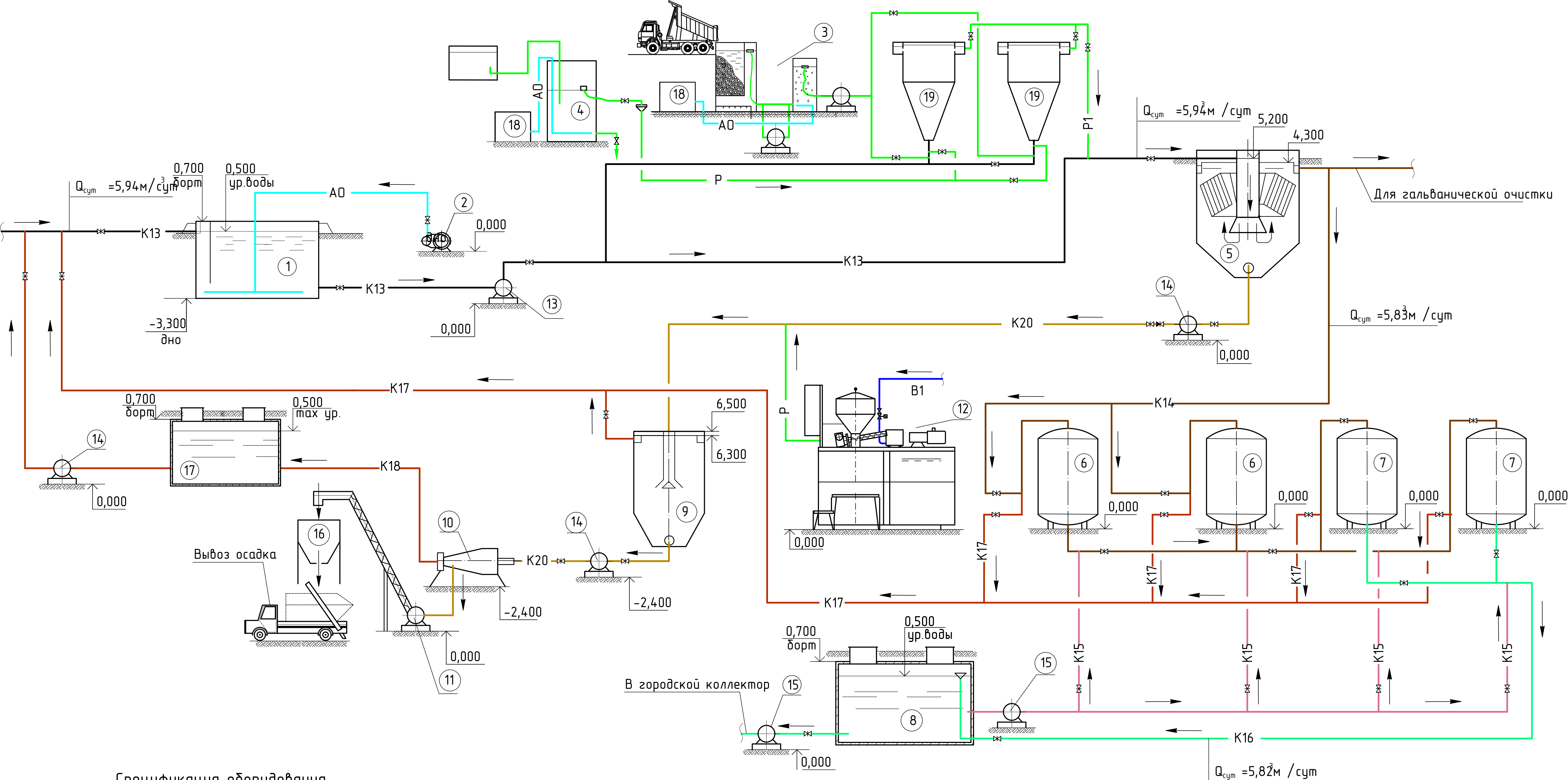
AMERSEP MP7

является зарегистрированной торговой маркой Ashland Ink.

Примечание

Вся вышеизложенная информация является дополнением к техническим инструкциям, но не является их заменой. Приведенные данные находятся в хорошем согласии с фактической информацией о продукте с момента даты издания этого документа. Каждый клиент сам в состоянии определить, что данный продукт пригоден для использования и что, его использование находится в согласии с соответствующими законодательными и административными правилами и руководящими документами.

Технологическая схема очистных сооружений с применением традиционных реагентов



Спецификация оборудования

Номер поз.	Наименование	Количество	Номер поз.	Наименование	Количество
1	Усреднитель	1	11	Шнековый насос	1
2	Воздуходувка ВК-1,5	1	12	Установка приготовления и дозирования флокулянта РМТ 25-2/2А	1
3	Узел приготовления раствора коагулянта	1	13	Насос ВК 2/26	1
4	Узел приготовления раствора щелочи	1	14	Насос ВК 1/16	3
5	Вертикальный отстойник с тонкослойными модулями	1	15	Насос ВК 4/28	2
6	Скорый фильтр с загрузкой керамзитом	2	16	Бункер осадка	1
7	Скорый фильтр с загрузкой активированным углем	2	17	Резервуар фугата	1
8	Резервуар чистой воды	1	18	Воздуходувка ВК-0,75	2
9	Шламоуплотнитель	1	19	Вертикальный вихревой смеситель	2
10	Центрифуга ОГШ-350	1			

Условные обозначения

- K13 — - трубопровод медьсодержащих сточных вод;
- K14 — - трубопровод отвода сточных вод из вертикального отстойника;
- AO — - воздухопровод;
- P — - трубопровод подачи реагента $Al_2(SO_4)_3$;
- K15 — - трубопровод оподачи промывной воды;
- B1 — - хозяйственно-питьевой водопровод;
- K16 — -трубопровод фильтрованной воды;
- K17 — -трубопровод сброса промывной воды ;
- K18 — -трубопровод сброса фугата;
- K20 — - трубопровод отвода осадка

08.03.01.06 - 2017					
Сибирский федеральный университет Инженерно-строительный институт					
Изм.	Колуч.	Лист	№ док.	Подпись	Дата
Разраб.	Ермилов				
Руководит.	Курилина				
Консульт.	Курилина				
И.контр.	Курилина				
Зав.каф.	Саканш				
Оптимизация процесса обезвреживания сточных вод гальванического производства				Студия	Лист
Технологическая схема очистки сточных вод с использованием традиционных реагентов				1	6
Кафедра ИСЗиС					

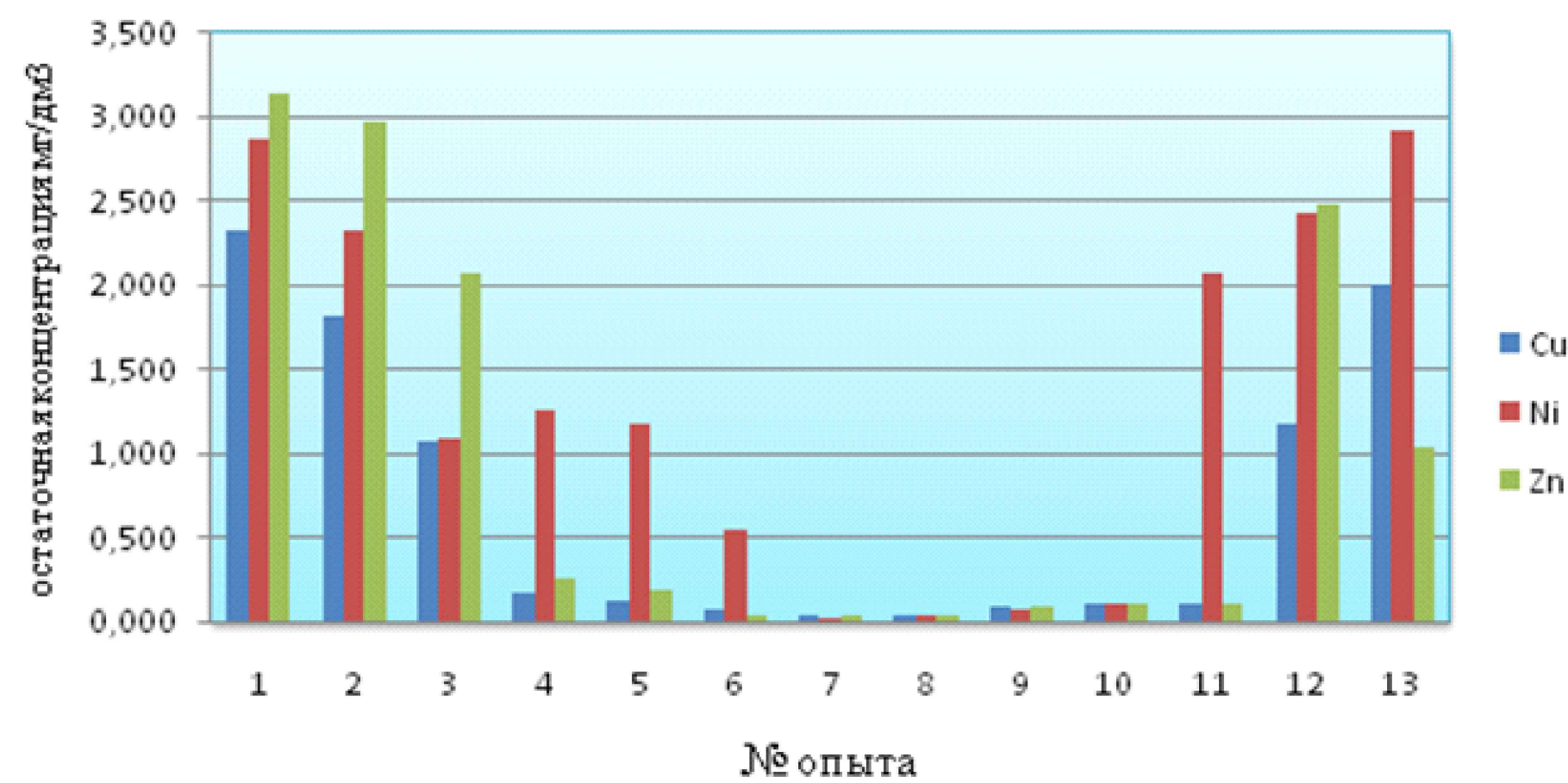
Характеристика реагента Amersep MP7

Данный реагент представляет собой органосодержащее соединение, на основе жидкого полииокарбоната натрия. Amersep MP7 – жидкость бледно оранжевого цвета; плотность 1050 кг/м³; величина pH – 11,0; температура замерзания – 0 °C; температура кипения – 100 °C; относительная плотность (вода=1) – 1,05; легко растворяется в холодной воде, обладает слегка серным запахом.

Исходные концентрации меди, цинка и никеля в модельной сточной жидкости

$C_{исх}^{Cu^{2+}} = 60 \text{ мг/дм}^3$
 $C_{исх}^{Ni^{2+}} = 20 \text{ мг/дм}^3$
 $C_{исх}^{Zn^{2+}} = 15 \text{ мг/дм}^3$

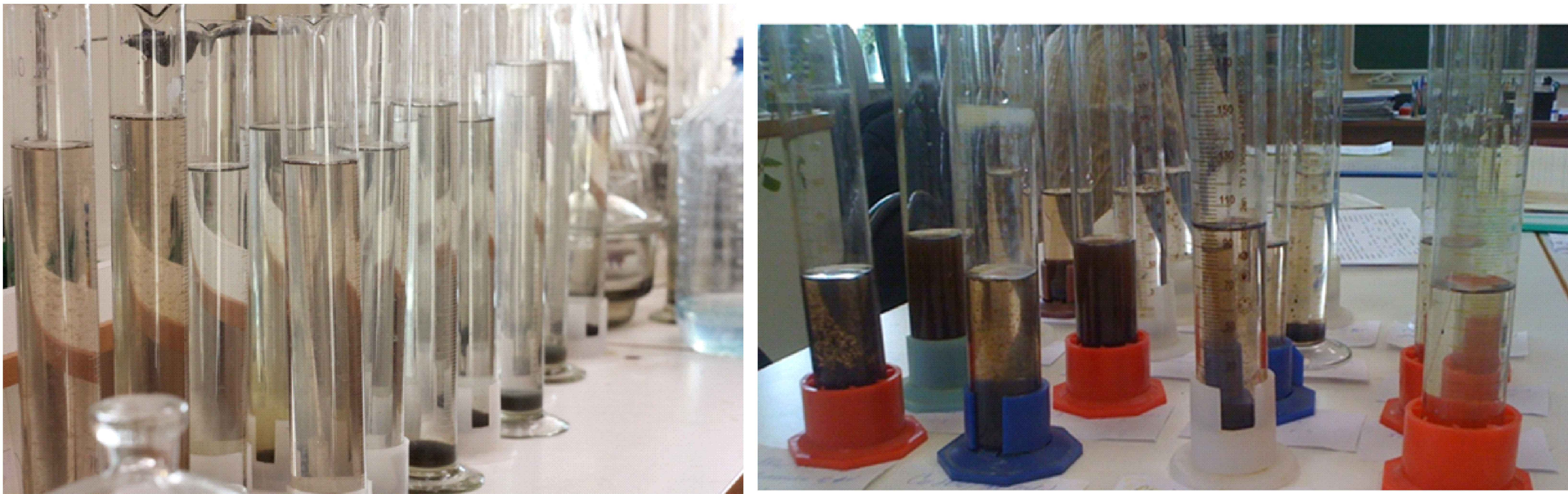
Зависимость остаточной концентрации от исходной дозы реагента Amersep MP7



Результаты исследований предварительного эксперимента

№	Доза реагента мг/дм³	Величина pH	Остаточная концентрация Cu²⁺, мг/дм³	Остаточная концентрация Ni²⁺, мг/дм³	Остаточная концентрация Zn²⁺, мг/дм³
1	0,080	6,5	2,330	2,870	3,140
2	0,105	8,5	1,810	2,320	2,960
3	0,110	9,0	1,073	1,091	2,078
4	0,130	8,0	0,178	1,258	0,265
5	0,150	9,0	0,121	1,157	0,193
6	0,175	12,0	0,074	0,550	0,038
7	0,210	10,0	0,037	0,028	0,037
8	0,263	10,0	0,039	0,033	0,041
9	0,280	9,0	0,083	0,071	0,089
10	0,320	8,0	0,108	0,107	0,111
11	0,420	8,0	1,103	2,069	1,113
12	0,530	9,0	1,167	2,432	2,475
13	0,610	9,0	2,003	2,926	2,335

Предварительный эксперимент



Матрица планирования эксперимента обработки медь, никель, цинк содержащих стоков реагентным методом

№ опыта	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁ X ₂	X ₁ X ₃	X ₂ X ₃	X ₁ ²	X ₂ ²	X ₃ ²	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄
										доза реагента мг/дм ³	величина рН	температура стоков, °С	Сu ²⁺ , мг/дм ³	Ni ²⁺ , мг/дм ³	Zn ²⁺ , мг/дм ³	Объем осадка, %
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0,35	11,5	42	0,0184	0,049	0,0191	2,6
2	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	0,15	11,5	42	0,0481	0,1769	0,0201	2,6
3	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	0,35	8,5	42	0,0978	0,1242	0,1392	1,3
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	0,35	11,5	32	0,1027	0,289	0,02	2,4
5	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0,15	8,5	32	1,8	2,4889	1,3811	1,8
6	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	0,15	8,5	42	0,0779	0,0113	0,6128	2,4
7	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	0,15	11,5	32	0,9653	0,8513	0,0101	2,3
8	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	0,35	8,5	32	0,2389	0,5261	0,185	2
9	-1,68	0	0	0	0	0	+2,82	0	0	0,082	10	37	2,364	6,578	3,026	2,3
10	+1,68	0	0	0	0	0	+2,82	0	0	0,418	10	37	2,481	3,105	3,99	2,2
11	0	-1,68	0	0	0	0	0	+2,82	0	0,25	7,88	37	2,093	3,992	2,688	1,7
12	0	+1,68	0	0	0	0	0	+2,82	0	0,25	12,5	37	0,1594	0,0166	0,0181	3,2
13	0	0	-1,68	0	0	0	0	0	+2,82	0,25	10	28,6	0,1721	0,0379	0,0268	1,9
14	0	0	+1,68	0	0	0	0	0	+2,82	0,25	10	45,4	0,0517	0,0197	0,0021	2,2
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,0428	0,0205	0,3301	2,4
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,0371	0,028	0,0373	2
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,0568	0,0601	0,0181	2
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,04	0,0308	0,0243	2,1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,04	0,0318	0,0601	1,9
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	10	37	0,0286	0,0523	0,001	1,9

Уравнения Регрессии

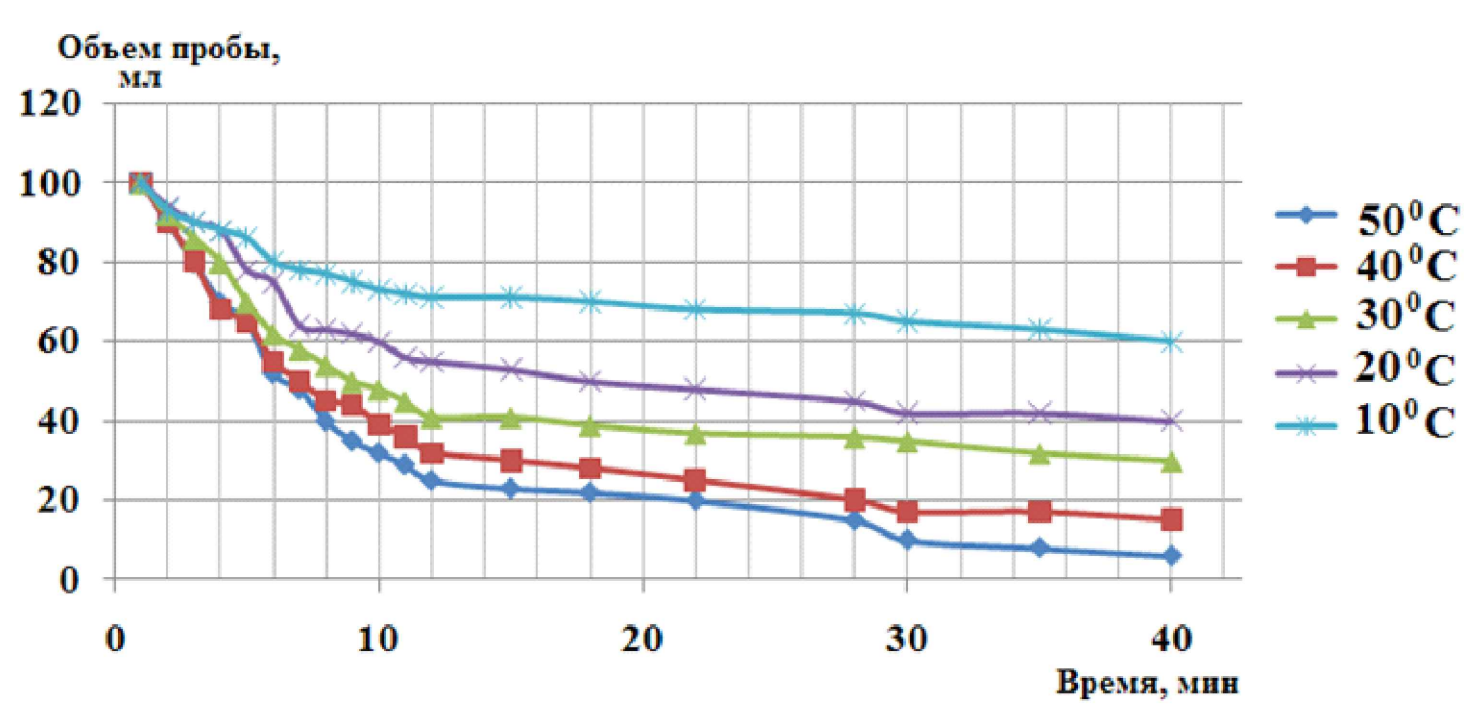
Y₁ = 0,099-0,1637X₁-0,3169X₂-0,2245X₃+0,081X₁X₂+0,3017X₁X₃+0,1077X₂X₃+0,6219X₁²+0,1947X₂²-0,1628X₃²

Y₂ = 0,1626-0,613X₁-0,6195X₂-0,28X₃+0,1449X₁X₂+0,3138X₁X₃+0,2456X₂X₃+1,227X₁²+0,2923X₂²-0,404X₃²

Y₃ = 1,1271-0,003X₁-0,4929X₂-0,062X₃+0,2098X₁X₂+0,0889X₁X₃+0,1029X₂X₃+0,8831X₁²+0,1466X₂²-0,3253X₃²

Y₄ = 2,284-0,0709X₁+0,3601X₂+0,0662X₃+0,125X₁X₂+0,075X₁X₃-0,175X₂X₃-0,2279X₁²+0,0926X₂²-0,0484X₃²

Графики зависимости скорости осаждения при разных температурных режимах



Факторы и уровни их варьирования

Факторы	интервал	+1,68	+1	0	-1	-1,68
X ₁	0,05	0,418	0,35	0,25	0,15	0,082
X ₂	1,5	12,5	11,5	10,0	8,5	7,88
X ₃	5,0	45,4	42,0	37,0	32,0	28,6

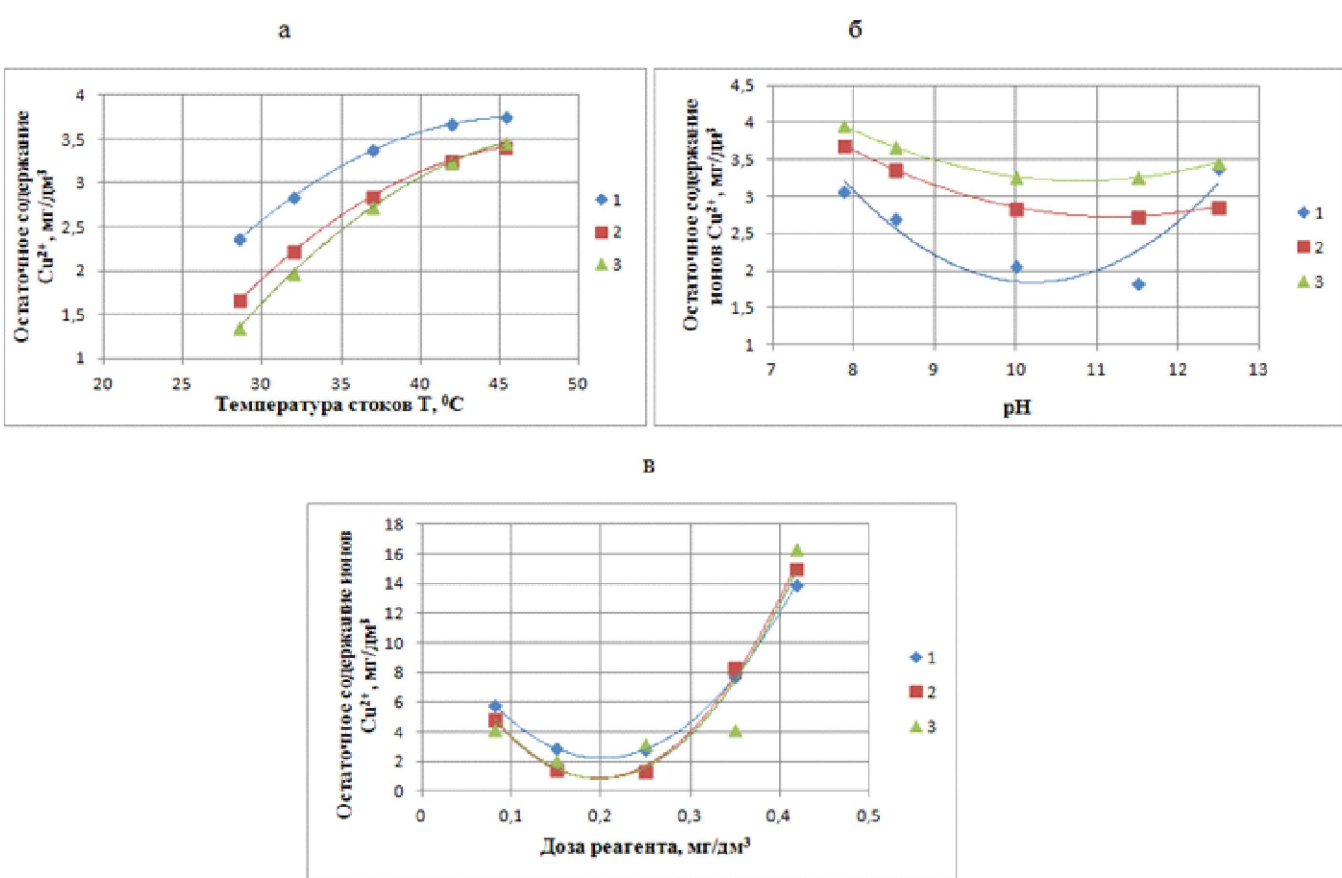
Варьирующие факторы

- X₁ – доза реагента;
- X₂ – величина рН;
- X₃ – температура поступающих стоков.

Выходные оценочные критерии

- Y₁ – остаточная концентрация меди, мг/дмЗ;
- Y₂– остаточная концентрация никеля, мг/дмЗ;
- Y₃– остаточная концентрация цинка, мг/дмЗ;
- Y₄–объем образующегося осадка.

Графические зависимости остаточной концентрации ионов меди от исследуемых параметров



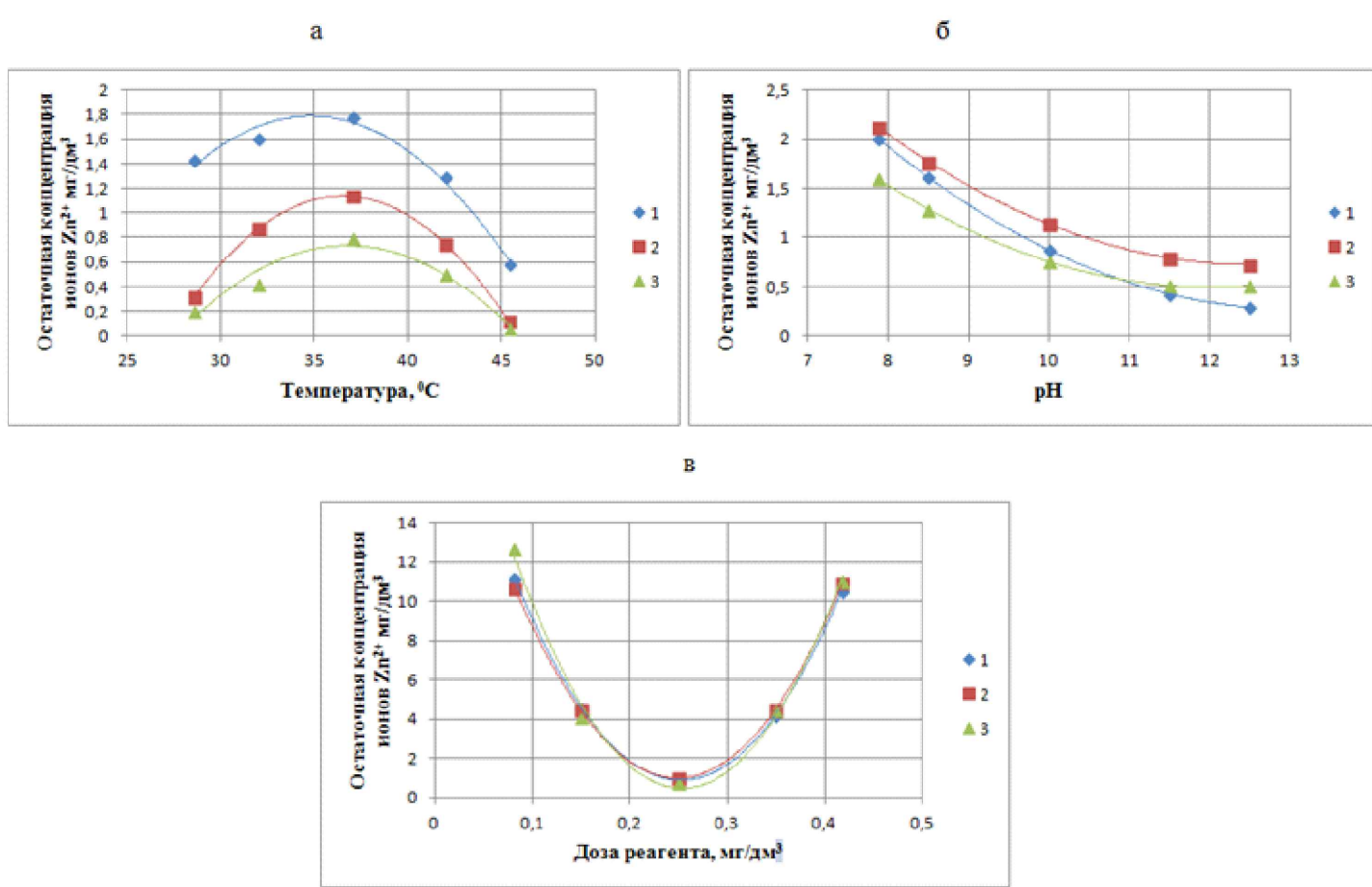
а) доза реагента =0,25 мг/дм³; 1– рН=8,5 мг/дм³, 2 – рН = 10,0 мг/дм³, 3 – рН =11,5 мг/дм³
1 – $y_1=-0.0045x_3^2 + 0,4153x_3 - 5,839$
2 – $y_1=-0.0045x_3^2 + 0,4377x_3 - 7,1716$
3 – $y_1=-0.0045x_3^2 + 0,4584x_3 - 8,0719$
 x_3 – температура стоков, °С; y_1 – остаточная концентрация меди, мг/дм³

б) доза реагента =0,25 мг/дм³; 1. – температура стоков =32,0, °С; 2 – температура стоков =37,0, °С; 3 – температура стоков =42,0, °С.
1 – $y_1=0,0865x_2^2 - 1,8685x_2 +13,303$
2 – $y_1=0,0865x_2^2 - 1,9404x_2 +13,612$
3 – $y_1=0,2547x_2^2 - 5,2005x_2 +28,385$
 x_2 – рН; y_1 – остаточная концентрация меди, мг/дм³

в) рН=10,0; 1– температура стоков =32,0, °С; 2 – температура стоков =37,0, °С; 3 – температура стоков=42,0, °С
1 – $y_1=292,67x_1^2 - 116,86x_1 + 12,484$
2 – $y_1=292,76x_1^2 - 115,48x_1 + 12,198$
3 – $y_1=248,75x_1^2 - 100,19x_1 + 12,294$
 x_1 – доза реагента мг/дм³; y_1 – остаточная концентрация меди, мг/дм³

Зависимость остаточной концентрации ионов меди от: а) температуры стоков, Т °С; б) величины рН; в) дозы реагента Amersep MP7, мг/дм³

Графические зависимости остаточной концентрации ионов цинка от исследуемых параметров



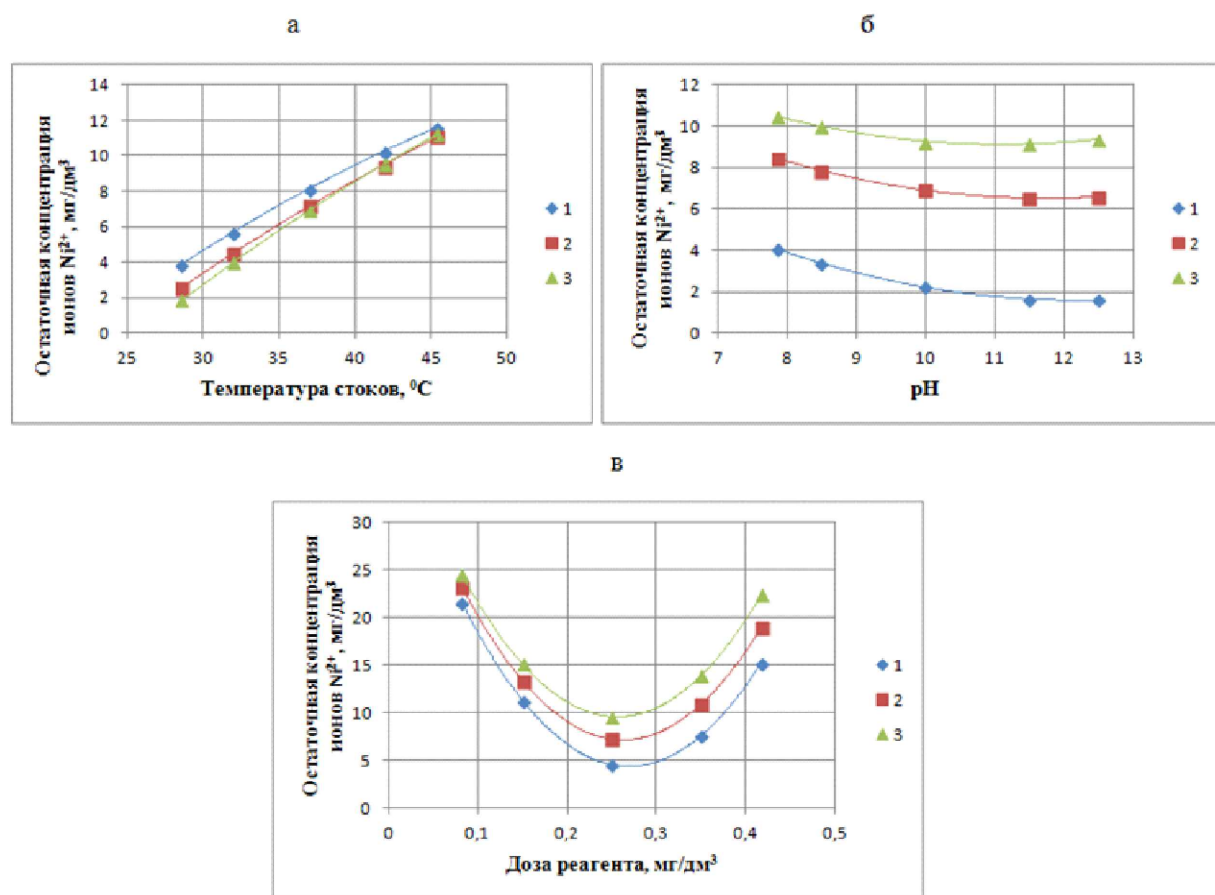
а) доза реагента=0,025 мг/дм³; 1– рН=8,5; 2 – рН=10,0; 3 – рН=11,5
1 – $y_3= - 0,0105x_3^2 + 0,7325x_3 - 10,97$
2 – $y_3= - 0,013x_3^2 + 0,9502x_3 - 16,226$
3 – $y_3= - 0,0087x_3^2 + 0,6412x_3 - 11,066$
 x_3 –температура стоков, °С; y_3 – остаточная концентрация цинка, мг/дм³

б) доза реагента=0,025 мг/дм³; 1. – температура стоков =32,0, °С; 2 – температура стоков =37,0, °С; 3 – температура стоков =42,0, °С.
1 – $y_3=0,0652x_2^2 - 1,7001x_2 + 11,351$
2 – $y_3=0,0652x_2^2 - 1,632x_2 + 10,933$
3 – $y_3=0,0649x_2^2 - 1,5578x_2 + 9,8386$
 x_2 – рН; y_1 – остаточная концентрация цинка, мг/дм³

в) рН=10,0; 1– температура стоков =32,0, °С; 2 – температура стоков =35,0, °С; 3 – температура стоков =37,0, °С.
1 – $y_3=0,0001x_1^2 - 0,034x_1 + 0,842$
2 – $y_3=0,0001x_1^2 - 0,034x_1 + 0,832$
3 – $y_3=0,0001x_1^2 - 0,034x_1 + 0,840$
 x_1 – доза реагента, мг/дм³; y_3 – остаточная концентрация цинка, мг/дм³

Зависимость остаточной концентрации ионов цинка от: а) температуры стоков, Т °С; б) величины рН; в) дозы реагента Amersep MP7, мг/дм³

Графические зависимости остаточной концентрации ионов никеля от исследуемых параметров



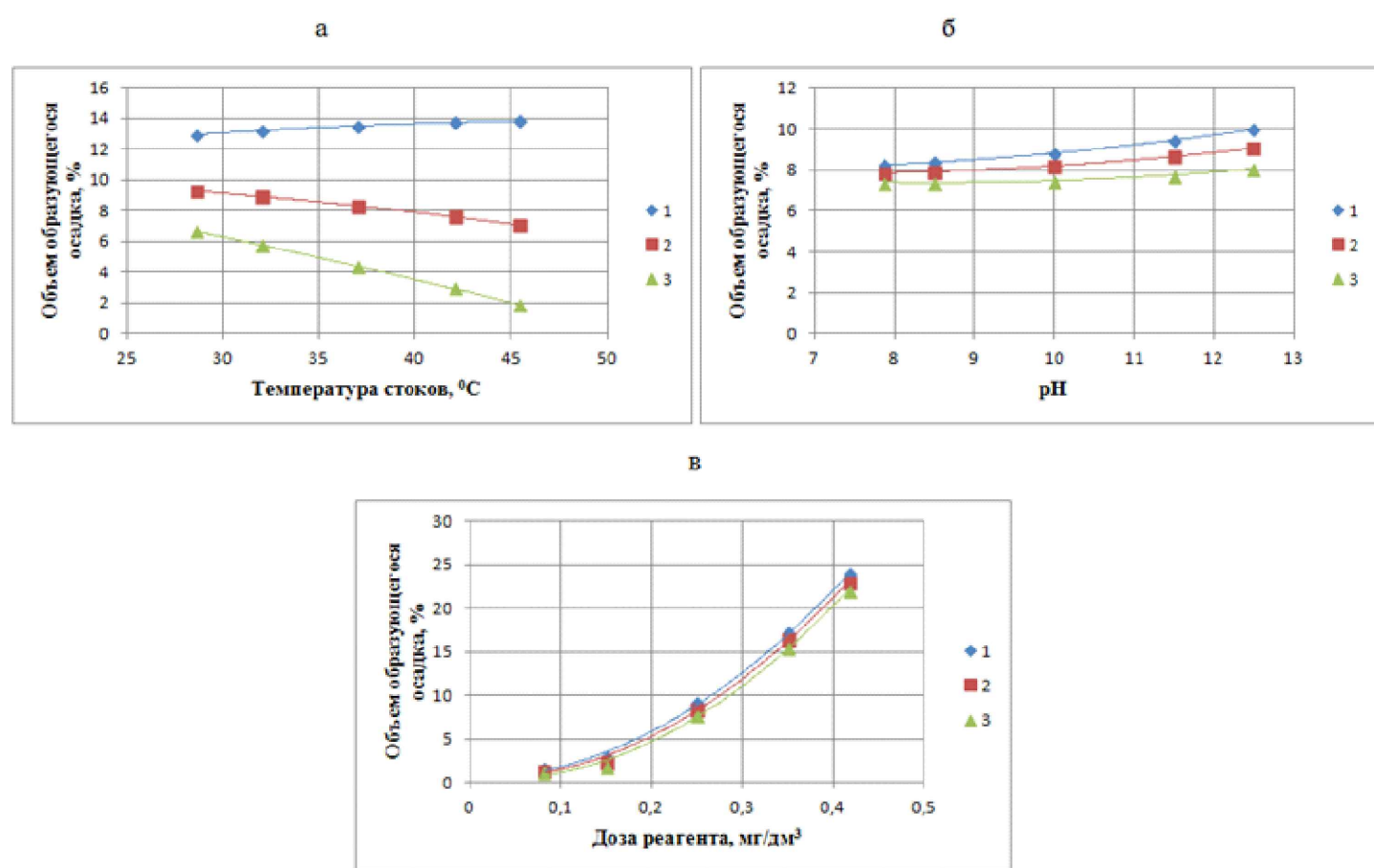
а) доза реагента=0,25 мг/дм³; 1. – рН=8,5; 2 – рН=10,0; 3 – рН=11,5.
1 – $y_2=-0,0059x_3^2 + 0,8951x_3 - 16,888$
2 – $y_2=-0,0053x_3^2 + 0,8926x_3 - 16,664$
3 – $y_2=-0,0058x_3^2 + 0,9577x_3 - 21,653$
 x_3 – температура стоков, °С; y_2 – остаточная концентрация никеля, мг/дм³

б) доза реагента =0,25 мг/дм³; 1– температура стоков=32,0 °С; 2 –температура стоков = 37,0 °С; 3 – температура стоков =42,0 °С
1 – $y_2=0,1299x_2^2 - 2,8825x_2 + 25,102$
2 – $y_2=0,1299x_2^2 - 3,0459x_2 + 24,365$
3 – $y_2=0,1299x_2^2 - 3,1844x_2 + 21,022$
 x_2 – рН; y_2 – остаточная концентрация никеля, мг/дм³

в) рН =10,0; 1– температура стоков=32,0 °С; 2 – температура стоков=37,0 °С; 3 – температура стоков=42,0 °С
1 – $y_2=490,68x_1^2 - 251,32x_1 + 41,78$
2 – $y_2=490,68x_1^2 - 257,6x_1 + 40,977$
3 – $y_2=490,68x_1^2 - 263,88x_1 + 39,864$
 x_1 – Доза реагента, мг/дм³ ; y_2 – остаточная концентрация никеля, мг/дм³

Зависимость остаточной концентрации ионов никеля от: а) температуры стоков, Т °С; б) величины рН; в) дозы реагента Amersep MP7, мг/дм³

Графические зависимости объема осадка от исследуемых параметров



а) доза реагента= 0.025 мг/дм³; 1– рН=8.5; 2 – рН = 10.5; 3 – рН=11.5
1 – $y_4=-0,0019x_3^2 + 0,1916x_3 + 9,0318$
2 – $y_4=-0,0019x_3^2 + 0,01x_3 + 10,539$
3 – $y_4=-0,0019x_3^2 - 0,142x_3 + 12,264$
 x_3 – температура стоков, °С; y_1 – объем образующегося осадка, %.

б) доза реагента 0.25 мг/дм³; 1. – температура стоков =32,0, °С; 2 – температура стоков =37,0, °С; 3 – температура стоков =42,0, °С.
1 – $y_4=1,2886x_2^2 - 0,758x_2 - 0,788$
2 – $y_4=1,254x_2^2 - 0,725x_2 - 0,802$
3 – $y_4=1,205x_2^2 - 0,692x_2 - 0,797$
 x_2 – рН; y_4 – объем образующегося осадка, %.

в) рН=10,0; температура стоков =32,0, °С; 2 – температура стоков =37, °С; 3 – температура стоков =42,0, °С.
1 – $y_4=141,68x_1^2 - 7,1462x_1 + 0,4558$
2 – $y_4=137,79x_1^2 - 3,2919x_1 + 0,471$
3 – $y_4=134,89x_1^2 - 0,029x_1 + 0,4783$
 x_1 – доза реагента мг/дм³; y_4 – объем образующегося осадка, %

Зависимость объема осадка от: а) температуры стоков, Т °С; б) величины рН; в) дозы реагента Amersep MP7, мг/дм³

Коэффициент детерминации

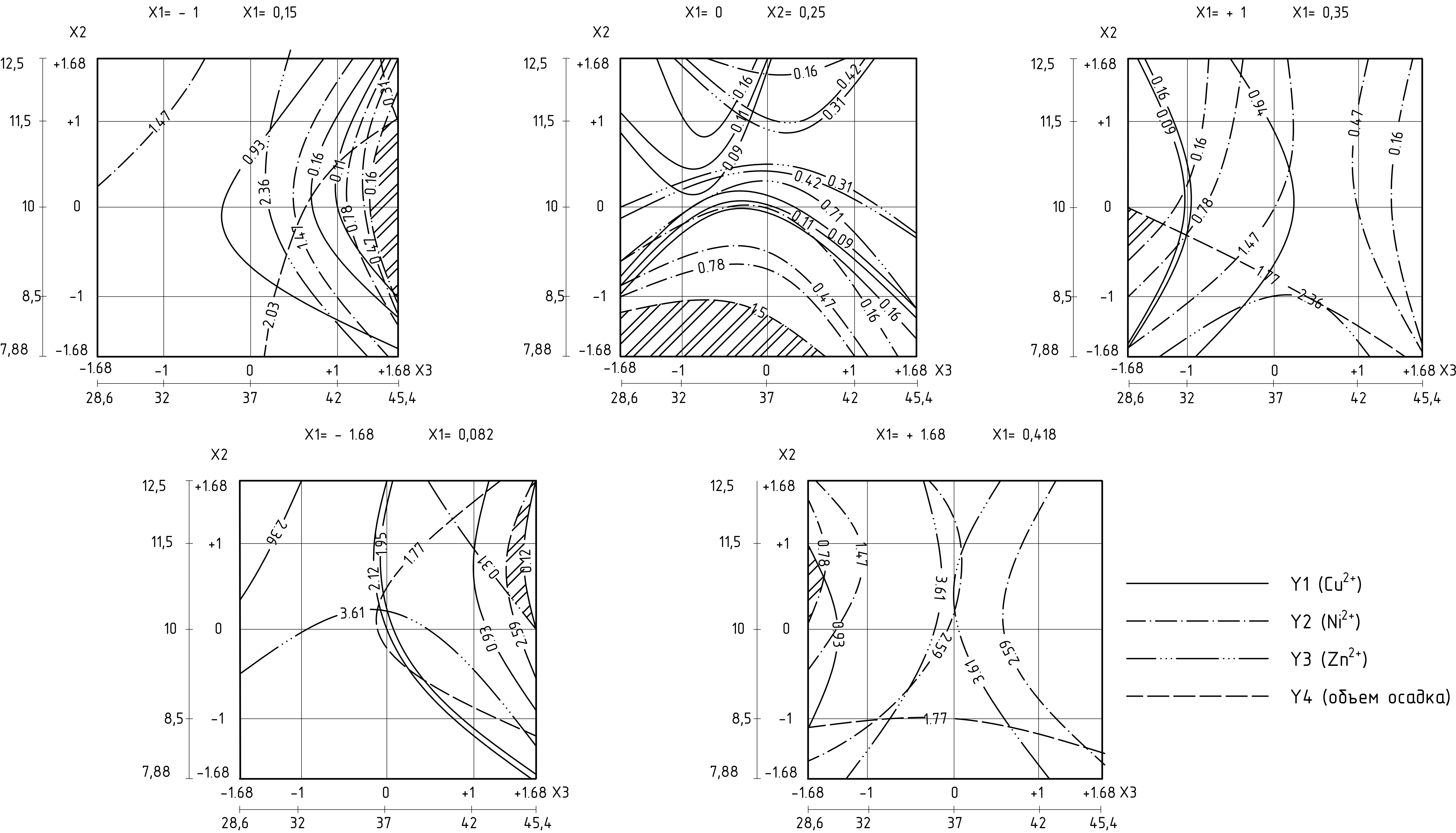
$Y_1 = 0,6742933$ $Y_3 = 0,6773263$

$Y_2 = 0,6713363$ $Y_4 = 0,89295214$

Изм. №	подп.
Подп. и дата	Взам. инв. №
Мет. №	подп.

						08.03.01.06 – 2017			
						Сибирский федеральный университет Инженерно-строительный институт			
Изм.	Кол.уч.	Лист	№док	Подпись	Дата	Оптимизация процесса обезвреживания сточных вод гальванического производства	Стандия	Лист	Листов
Разработ.		Ермилов							
Руководит.		Курилина						4	6
Консульт.		Курилина							
Н.контр.		Курилина				Графические зависимости остаточной концентрации ионов меди от исследуемых параметров, графические зависимости остаточной концентрации ионов цинка от исследуемых параметров, графические зависимости остаточной концентрации ионов никеля от исследуемых параметров, коэффициент детерминации	Кафедра ИСЗиС		
Заб.каф.		Сакаш							

Регулировочные диаграммы процесса реагентной обработки сточных вод, содержащие ионы Cu^{2+} , Ni^{2+} , Zn^{2+} по остаточной концентрации этих металлов и объему образующегося осадка

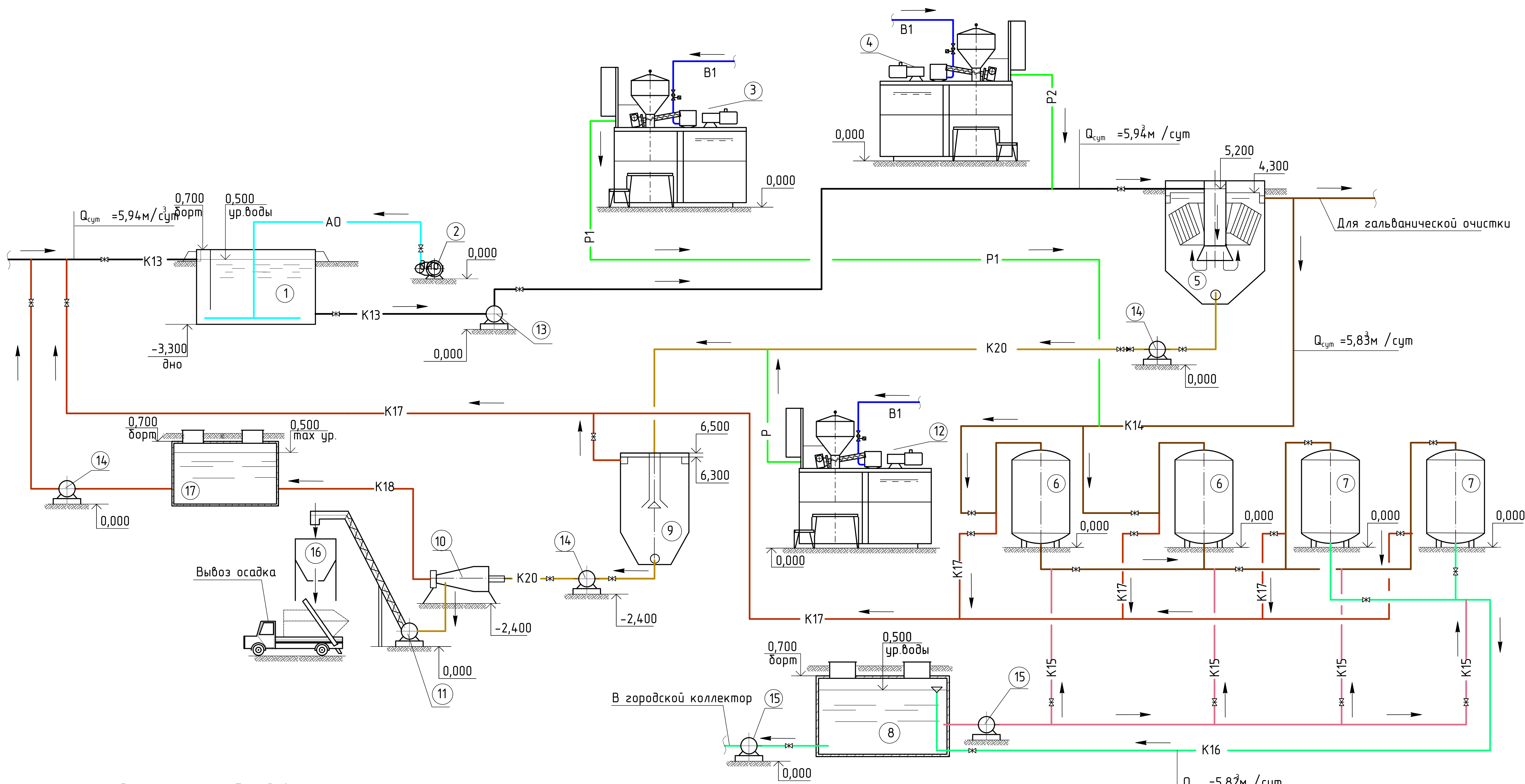


- Y1 (Cu^{2+})
- Y2 (Ni^{2+})
- Y3 (Zn^{2+})
- Y4 (объем осадка)

Изм. №	Подп. и дата	Взам. инв. №
Мет. № подл.		

						08.03.01.06 - 2017		
						Сибирский федеральный университет Инженерно-строительный институт		
Изм.	Колуч.	Лист	№ док.	Подпись	Дата	Оптимизация процесса обезвреживания сточных вод гальванического производства	Ставля	Лист
Разраб.	Ермилов							Листов
Руководит.	Курилина							5
Консульт.	Курилина							6
И. контр.	Курилина					Регулировочные диаграммы процесса реагентной обработки сточных вод, содержащих ионы Cu^{2+} , Ni^{2+} , Zn^{2+} от остаточной концентрации этих металлов и объему образующегося осадка	Кафедра ИСЗиС	
Зав. каф.	Саканш							

Технологическая схема очистки сточных вод с использованием реагента Amersep MP7



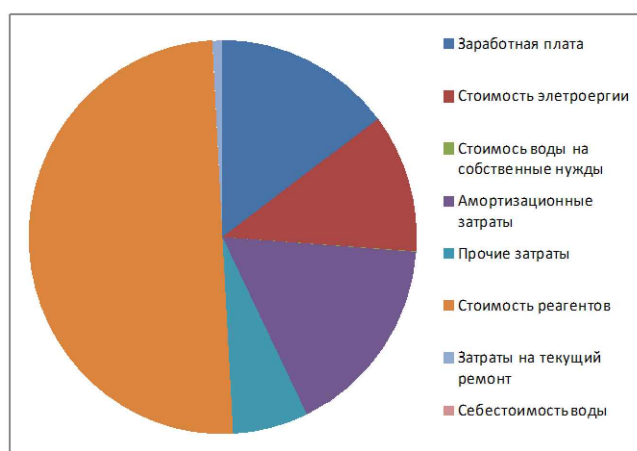
Спецификация оборудования

Номер поз.	Наименование	Количество	Номер поз.	Наименование	Количество
1	Усреднитель	1	9	Шламоуплотнитель	1
2	Воздуходувка ВК-1,5	1	10	Центрифуга ОГШ-350	1
3	Установка приготовления и дозирования реагента Amersep MP7 и гидроксид кальция	1	11	Шнековый насос	1
4	Установка приготовления и дозирования кислоты	1	12	Установка приготовления и дозирования флокулянта PMT 25-2/2A	1
5	Вертикальный отстойник с тонкослойными модулями	1	13	Насос ВК 2/26	1
6	Скорый фильтр с загрузкой гранулированным песком	2	14	Насос ВК 1/16	3
7	Скорый фильтр с загрузкой активированным углем	2	15	Насос ВК 4/28	2
8	Резервуар чистой воды	1	16	Бункер осадка	1
			17	Резервуар фугата	1

Условные обозначения

- K13 — трубапровод медьсодержащих сточных вод;
- K14 — трубапровод отвода сточных вод из вертикального отстойника;
- AO — воздуховод;
- P — трубапровод дозирования флокулянта;
- P1 — трубапровод подачи кислоты;
- P2 — трубапровод подачи реагента Amersep MP7 и гидроксид кальция;
- K15 — трубапровод оподачи промывной воды;
- B1 — хозяйственно-питьевой водопровод;
- K16 — трубапровод фильтрованной воды;
- K17 — трубапровод сброса промывной воды ;
- K18 — трубапровод сброса фугата;
- K20 — трубапровод отвода осадка

Распределение эксплуатационных затрат по статьям расходов в процентном соотношении



Себестоимость использования традиционного реагента = 140 руб/м³
Себестоимость использования реагента Amersep MP7 = 140 руб/м³

08.03.01.06 – 2017					
Сибирский федеральный университет Инженерно-строительный институт					
Изм.	Кол.	Лист	№ док.	Подпись	Дата
Разработ.	Ермилов				
Руководит.	Курилина				
Консульт.	Курилина				
Н. контр.	Курилина				
Зав. каф.	Сакаш				
Оптимизация процесса обезвреживания сточных вод гальванического производства				Стр.	Лист
Технологическая схема очистки сточных вод с использованием реагента Amersep MP7. распределение эксплуатационных затрат по статьям расходов в процентном соотношении.				6	6
Кафедра ИСЗиС					